



รายงานการวิจัย

การศึกษาออกแบบความสัมพันธ์แบบจำลองความจุช่องสัญญาณ
กับแบบรูปสายอากาศสำหรับช่องสัญญาณแบบมัลติอินพุต-มัลติเอาต์พุต

RELATIONS BETWEEN CHANNEL CAPACITY AND ANTENNA RADIATION PATTERN FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE- OUTPUT SYSTEMS

ได้รับทุนอุดหนุนจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว



รายงานการวิจัย

การศึกษาออกแบบความสัมพันธ์แบบจำลองความจุช่องสัญญาณ
กับแบบรูปสายอากาศสำหรับช่องสัญญาณแบบมัลติอินพุต-มัลติเอาต์พุต

RELATIONS BETWEEN CHANNEL CAPACITY AND ANTENNA RADIATION PATTERN FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE- OUTPUT SYSTEMS

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานชัย ทองโสภ

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2551

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยฉบับนี้สามารถดำเนินการได้และได้รับผลสำเร็จบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ทุกประการ โดยได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย ปีงบประมาณ พ.ศ. 2551 จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีและขอขอบคุณ ดร.อภิชาติ อินทรพานิชย์ ซึ่งเป็นผู้ให้คำปรึกษา ให้ข้อมูลและให้คำแนะนำในการดำเนินงานวิจัย คุณประพล จาระตะคุ วิศวกรศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ที่ช่วยอำนวยความสะดวกทางด้านเครื่องมือและอุปกรณ์ทดสอบ คุณชนเสฏฐ์ ทศศิกรพัฒน์ และคุณจรินทร์ศักดิ์ แซ่เตียว ที่ช่วยทำการวัดทดสอบงานวิจัยรวมถึงการจัดรูปเล่มรายงานการวิจัยครั้งนี้

ชาญชัย ทองโสภะ

ตุลาคม 2552



บทคัดย่อ

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาเทคนิคต่าง ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการใช้งานระบบการสื่อสารไร้สาย อาทิ การใช้ความถี่ซ้ำ การใช้สายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เป็นต้น และการใช้สายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ ก็เป็นเทคนิคหนึ่งที่สามารถเพิ่มความสามารถของระบบการสื่อสารไร้สายได้ โดยไม่ต้องการย่านความถี่เพิ่ม สำหรับเทคนิคด้านสายอากาศที่เรียกว่า ระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท เป็นระบบที่ใช้สายอากาศหลาย ๆ องค์ประกอบ ทั้งในด้านส่งและด้านรับ โดยเป็นเทคนิคในการเพิ่มความสามารถในการรับส่งข้อมูลในระบบไร้สาย โดยความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น ตามจำนวนของสายอากาศที่เพิ่มขึ้น

งานวิจัยนี้ เป็นการนำเสนอการศึกษาพัฒนาแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งความจุช่องสัญญาณที่พิจารณาจะเป็นตัวแปรสุ่ม โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งนำไปสู่การทดสอบผลของแบบจำลองด้วยการวัดค่าช่องสัญญาณโดยอาศัยเครื่องมือวัด และใช้เป็นข้อมูลในการพิจารณาลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงาน และชนิดของสายอากาศที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น สำหรับสถานะแวดล้อมต่าง ๆ ซึ่งจากแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่นำเสนอพบว่า สายอากาศแบบมีทิศทางนั้นสามารถช่วยเพิ่มค่าความจุช่องสัญญาณได้มากกว่าสายอากาศแบบอื่นเมื่อพิจารณาในสถานะแวดล้อมภายนอกอาคาร

Abstract

The development of new technique in pass few years that solve problem of wireless communication system limitation such as a frequency reused and Multi-Element Array: MEA is discovered. The MEAs technique can increase channel capacity with the same bandwidth. MIMO is one of technique using more antennas for a transmitter and a receiver to increase channel capacity. The channel capacity of this technique will be linearly increased with number of antenna.

This research presents a model to study the relation between the channels capacity and antenna radiation pattern using numerical method for multiple input-multiple output (MIMO) by using numerical method. And Channel capacity is observed by a Complementary Cumulative Distribution Function (CCDF). This leads to a test of the model by measuring the signal by the instrument. The antenna type that make up the channel capacity increases. For various conditions which model the relationship between the channel capacities with the radiation pattern of the antenna was found. From our propose model show that the directional antenna can improve the MIMO capacity in outdoor scenario, when the directional antenna is in proper direction. Directional antenna can increase the capacity of the channel over the antenna pattern when the outdoor environment. Finally, this model will test with measurement tools in difference antenna configuration and environment. The model of the relationship between the channel capacity with the radiation pattern of the antenna was found that the directional antenna can be increased the channel capacity more than the isotropic and dipole antennas when consider with the outdoor environment.

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ (ภาษาไทย)	ก
บทคัดย่อ (ภาษาอังกฤษ).....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูป	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 ปรัชญาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
1.6.1 งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท- มัลติเพิลเอาต์พุต	4
1.6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิล เอาต์พุต	5
1.6.3 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิวชวลคัปปลิงที่มีผลกับความจุ ช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต.....	5
2 ทฤษฎีพื้นฐาน.....	8
2.1 บทนำ.....	8
2.2 กระบวนการเชิงสุ่ม	8
2.2.1 ตัวแปรสุ่ม.....	8

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.2.2	ค่าเฉลี่ย.....	10
2.2.3	ค่าอัตราสัมพัทธ์	11
2.2.4	ค่าอัตราโคเวเรียนซ์.....	11
2.2.5	สหสัมพันธ์ไขว้.....	12
2.2.6	คุณสมบัติเออร์โกดิก	12
2.3	ทฤษฎีข่าวสาร	13
2.3.1	การนิยามปริมาณข่าวสาร	14
2.3.2	การนิยามปริมาณเอนโทรปี	14
2.3.3	แบบจำลองช่องสัญญาณ	15
2.3.4	ข่าวสารร่วม	17
2.3.5	ความจุช่องสัญญาณ	20
2.3.6	เอนโทรปีสำหรับแหล่งกำเนิดข่าวสารแบบต่อเนื่อง	21
2.3.7	แหล่งกำเนิดข่าวสารที่มีเอนโทรปีสูงสุด.....	23
2.3.8	ข่าวสารร่วมสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง.....	25
2.3.9	ทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ	26
2.4	ทฤษฎีสายอากาศเบื้องต้น.....	28
2.4.1	แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ	28
2.4.2	แบบรูปสายอากาศ	30
2.4.3	แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก.....	31
2.4.4	พหุของการแผ่พลังงาน	33
2.4.5	บริเวณต่างๆของสนามจากสายอากาศ	33
2.4.6	เรเดียนและสเตอเรเดียน	34
2.4.7	ความกว้างลำครึ่งกำลัง.....	35
2.4.8	ความหนาแน่นของการแผ่กำลังงานของคลื่น	35
2.4.9	ความเข้มของการแผ่พลังงาน	37
2.4.10	สภาพเจาะจงทิศทาง.....	38
2.4.11	อัตราขยายของสายอากาศ	42

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.4.12 ประสิทธิภาพของสายอากาศ	44
2.4.13 ประสิทธิภาพของลำคลื่น.....	45
2.4.14 โพลาริเซชัน.....	45
2.5 สรุป	50
3 ทฤษฎีแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท	51
3.1 บทนำ.....	51
3.2 แบบจำลองระบบเบื้องต้น	51
3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ	53
3.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมี การแจกแจงเหมือนกัน.....	53
3.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring”.....	54
3.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่.....	56
3.4 ความจุช่องสัญญาณ.....	57
3.4.1 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท	59
3.4.2 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทและระบบ มัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท	59
3.5 ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท	62
3.5.1 กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงาน มีค่าเท่ากัน)	62
3.5.2 กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงาน แบบวอเตอร์ไฟลลิง).....	65
3.6 การวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท.....	66
3.7 สรุป	68
4 การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท	70
4.1 บทนำ.....	70

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.2	การวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ.....	70
4.2.1	แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสองมิติ.....	70
4.2.2	แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามมิติ.....	74
4.3	สรุป	76
5	ผลการจำลองแบบและการวัดผล	77
5.1	บทนำ.....	77
5.2	ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานสายอากาศ.....	77
5.3	ผลการจำลองแบบโดยพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ	85
5.3.1	ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ.....	85
5.3.2	ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ.....	91
5.4	การวัดผลแบบจำลอง.....	100
5.4.1	การวัดผลแบบจำลองในสภาวะภายในและภายนอกอาคาร	100
5.4.2	ผลการวัดค่าความจุช่องสัญญาณในสภาวะภายในและภายนอกอาคาร....	102
5.5	สรุป	104
6	บทสรุปและข้อเสนอแนะ	105
6.1	สรุปผลการวิจัย.....	105
6.2	ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา	106
	รายการอ้างอิง.....	107
	ภาคผนวก	
	ภาคผนวก ก. บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในระหว่างศึกษา	109
	ประวัติผู้เขียน	116

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

5.1	ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ที่ได้จากการจำลองแบบ สำหรับการแจกแจงแบบ เอกรูปและการแจกแจงแบบลาปลาเซียน เมื่อใช้สายอากาศชนิดต่าง ๆ99
5.2	ค่าอัตราขยายและความสูญเสียของระบบที่ใช้ในการวัด.....102
5.3	ค่าความจุของช่องสัญญาณของสายอากาศ Dipole และ Yagi-Uda ทั้งในสภาวะแวดล้อมภายในและภายนอกอาคาร เมื่อเปรียบเทียบกับ สายอากาศแบบ Isotropic104



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1	แบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ16
2.2	แผนภาพเวกเตอร์แสดงค่าต่าง ๆ ของข่าวสารในระบบการสื่อสาร20
2.3	ระบบพิกัดที่ใช้แสดงคุณสมบัติของการแผ่พลังงานของคลื่น30
2.4	แบบรูปของสายอากาศแบบรอบทิศทางในระนาบเดียว.....31
2.5	แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก ระบาย E และ H ของสายอากาศปากแตร32
2.6	แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศ.....33
2.7	การแบ่งบริเวณของสนามจากสายอากาศ34
2.8	แสดงค่าจำกัดความของเรเดียน และ สเตอเรเดียน35
2.9	มุมตันของลำคลื่นซึ่งแบบรูปของการแผ่พลังงานของคลื่นที่ไม่สมมาตรและสมมาตร.....41
2.10	ข้ออ้างอิง และการสูญเสียของสายอากาศ.....43
2.11	ลักษณะของโพลาริเซชัน46
2.12	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยสำหรับโพลาริเซชันของคลื่นและของสายอากาศ50
3.1	แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต54
3.2	แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring”56
3.3	แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่สำหรับระบบ MIMO ขนาด 2x257
3.4	แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต60
3.5	แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต61
3.6	แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต61
3.7	เปรียบเทียบค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนกับค่าความจุช่องสัญญาณของ ระบบ SISO SIMO และ MISO62
3.8	ช่องสัญญาณแบบไอเกน65
3.9	ช่องสัญญาณแบบวอเตอร์ไฟลิ่ง67
3.10	ค่า CDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB68
3.11	ค่า CCDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB69
4.1	ค่ามุมและระยะในลักษณะสามมิติ73
4.2	อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบแนวนอน74

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3	อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบสามมิติ.....76
5.1	โครงสร้างสายอากาศไดโพลจากโปรแกรม SuperNEC.....79
5.2	โครงสร้างสายอากาศยาคิอุตะห้อยค้ำประกอบจากโปรแกรม SuperNEC79
5.3	แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบไดโพล.....80
5.4	แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบยาคิอุตะห้อยค้ำประกอบ.....80
5.5	แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบไดโพล.....81
5.6	แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบไดโพล.....82
5.7	แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบยาคิอุตะห้อยค้ำประกอบ.....82
5.8	แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบยาคิอุตะห้อยค้ำประกอบ.....83
5.9	ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ.....83
5.10	แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศแบบไดโพล และยาคิอุตะห้อยค้ำประกอบ85
5.11	แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศไดโพล.....85
5.12	แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศยาคิอุตะ ห้อยค้ำประกอบ86
5.13	การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป.....87
5.14	การกระจายทิศทางของของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป87
5.15	การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน.....88
5.16	การกระจายทิศทางของของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบ ลาปลาเซียน.....88
5.17	ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสองมิติ.....89
5.18	ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปที่มุม $\theta = 90, \phi = 0$90
5.19	ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียนที่มุม $\theta = 90, \phi = 0$91
5.20	ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียนที่มุม $\theta = 90, \phi = 60$91
5.21	ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวนอน.....93
5.22	ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวตั้ง93

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.23 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป	94
5.24 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน.....	94
5.25 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสามมิติ.....	95
5.26 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป	96
5.27 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน	97
5.28 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป	98
5.29 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน	98
5.30 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยาคูอะห้ำงค้ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป.....	99
5.31 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยาคูอะห้ำงค้ประกอบ ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน.....	99
5.32 แผนภาพแสดงการเชื่อมต่อระบบที่ใช้ในการวัดค่าสัญญาณ.....	102
5.33 ชุดอุปกรณ์วัดค่าช่องสัญญาณ	102
5.34 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ในสภาวะแวดล้อมภายในอาคารเปรียบเทียบระหว่าง สายอากาศแบบต่างๆ	104
5.35 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ในสภาวะแวดล้อมภายนอกอาคารเปรียบเทียบระหว่าง สายอากาศแบบต่างๆ	104

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญของปัญหา

ระบบการสื่อสารไร้สายได้มีการพัฒนาความก้าวหน้าอย่างต่อเนื่อง โดยเริ่มจากระบบการสื่อสารในยุคแรก (first generation) ซึ่งนิยมใช้ระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งความถี่ (Frequency Division Multiple Access : FDMA) ต่อมา เป็นยุคของการสื่อสารรุ่นที่สอง (second generation) ซึ่งเป็นระบบการสื่อสารในปัจจุบัน มีการใช้เทคนิคในการทำงานเดียวกัน คือระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งเวลา (Time Division Multiple Access : TDMA) และระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณแบบแบ่งรหัส (Code Division Multiple Access : CDMA) โดยเทคนิค CDMA นี้ได้นำเอาไปใช้ในระบบการสื่อสารรุ่นที่สาม (third generation) อีกด้วย (Rappaport, 2002) ระบบการร่วมใช้ช่องสัญญาณทั้งสามแบบจะทำให้ผู้ใช้งานสามารถใช้งานได้ โดยอาศัยความกว้างแถบความถี่ (bandwidth) ร่วมกัน ซึ่งเป็นทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด และมีความสำคัญอย่างมากสำหรับเทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สาย ในปัจจุบันนักออกแบบด้านการสื่อสารแบบไร้สายได้พบความจริงที่ว่า แถบความถี่สำหรับคลื่นวิทยุ และความซับซ้อนของสภาพแวดล้อมในการแพร่กระจายคลื่น (propagation) สามารถเพิ่มความสามารถในการส่งข้อมูลที่มีคุณภาพสูง และมีอัตราการรับส่งที่มากขึ้นได้ แต่ในอดีตนักออกแบบได้อาศัยเพียงเทคนิคด้านความถี่ เวลา และการเข้ารหัสเท่านั้น ดังนั้นสิ่งที่สามารถพัฒนาเพิ่มขึ้น และต้องพิจารณาในมิติถัดไปได้ คือ พื้นที่ว่างในการวางสายอากาศ โดยการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ (multi-element antenna) โดยระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต (Multiple-Input Multiple-Output Systems) เป็นเทคนิคหนึ่งที่สามารถเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยการใช้สายอากาศหลายๆ ตัว ทั้งในด้านส่งและด้านรับสัญญาณ ซึ่งผลที่ได้จากการใช้สายอากาศหลายๆ ตัว จะทำให้ความจุช่องสัญญาณ มีการเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นตามจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้น และอาศัยคุณสมบัติการเฟดของคลื่นแบบหลายวิถี (multi-path fading) เป็นส่วนสำคัญ

ระบบการสื่อสารไร้สายที่เป็นระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต (Multiple-Input Multiple-Output : MIMO) เริ่มมีการศึกษาวิจัยกันอย่างกว้างขวางในระยะเวลาไม่นานมานี้ เนื่องจากเป็นเทคนิคที่สามารถปรับปรุงประสิทธิภาพของระบบการสื่อสารแบบไร้สายได้ โดยการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบทั้งในด้านส่งและด้านรับ ซึ่งในปัจจุบันถูกนำไปเสนอใช้เป็นมาตรฐานสำหรับการเชื่อมต่อเครือข่ายไร้สายความเร็วสูง ตามมาตรฐาน IEEE 802.11n ความจุของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ได้เป็นหัวข้อหลักของงานวิจัยในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา

โดยได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับช่องสัญญาณ (channel) ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุตแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน (independent and identically distributed : i.i.d.) จะทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้น ตามค่าที่น้อยที่สุดของจำนวนสายอากาศ ด้านรับและด้านส่ง ซึ่งผลที่ได้นี้ อธิบายได้ว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต สามารถใช้ประโยชน์จากพื้นที่ว่างในการวางสายอากาศมาช่วยเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยทั่วไปแล้ว งานวิจัยที่ผ่านมา เน้นศึกษาบนพื้นฐานการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก (isotropic antenna) และให้การกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป (uniform distribution) คือ มีการเข้าถึงสายอากาศในทุกทิศทาง ทำให้การใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกมีความเหมาะสม สำหรับการใช้งานภายในอาคาร (indoor) สำหรับงานวิจัยนี้จะวิเคราะห์ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต เพื่อนำมาใช้งานในสภาวะภายนอกอาคาร (outdoor) โดยใช้สายอากาศ แบบมีทิศทาง (directional antenna) ซึ่งเน้นศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ (antenna radiation pattern) กับความจุช่องสัญญาณ (channel capacity) สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อวิเคราะห์ผลจากลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ และความเป็นไปได้ของสายอากาศชนิดต่าง ๆ ที่ให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่เหมาะสมในสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

- เพื่อศึกษาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต ในสภาพแวดล้อม การเฟดของคลื่นแบบหลายวิถี (multipath fading) เพื่อใช้อธิบายคุณลักษณะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ และเพื่อเป็นแบบจำลองอ้างอิง
- เพื่อศึกษาพัฒนาแบบจำลองสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ
- เพื่อที่จะได้แบบจำลองสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต ที่อธิบายคุณลักษณะและความสัมพันธ์ระหว่างกับความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

- ใช้แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุต ในสภาพแวดล้อมการเฟดของคลื่นแบบหลายวิถี โดยอาศัยกระบวนการเชิงสุ่ม (stochastic process)

- ทำการจำลองผลแบบจำลองด้วยวิธีการมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

- ศึกษาและออกแบบ แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต
- วิเคราะห์ผลแบบจำลอง ความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- ได้แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต
- ใช้พัฒนาต้นแบบระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยการใช้สายอากาศแบบต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความจุช่องสัญญาณ ในแต่ละสถานะแวดล้อม

1.6 ทัศนวิสัยวรรณกรรม

ทั้งนี้เพื่อให้ทราบถึงแนวทางการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผลการดำเนินการวิจัย ตลอดจนข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพื่อที่จะนำไปสู่วัตถุประสงค์หลักที่ได้ตั้งไว้ จึงได้ศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมาโดยอาศัยฐานข้อมูลต่าง ๆ โดยฐานข้อมูลที่ใช้ในการสืบค้นงานวิจัยนั้นเป็นฐานข้อมูลที่มีชื่อเสียง และได้รับการยอมรับกันอย่างกว้างขวาง เช่น ฐานข้อมูล IEEE และฐานข้อมูล IEICE นอกจากนี้ยัง ได้ทำการสืบค้นงานวิจัยจากแหล่งอื่น ๆ เช่น จากเครือข่ายอินเทอร์เน็ต จากห้องสมุดของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ผลการสืบค้นที่ได้จะใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยต่อไป สำหรับเนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึง ทัศนวิสัยวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในงานวิจัยระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่ผ่านมา สามารถแบ่งออกได้เป็นกลุ่มต่าง ๆ ดังนี้

- 1) งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต
- 2) งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต
- 3) งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิววลคัปปลิง (mutual coupling) ที่มีผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

ซึ่งข้อมูลในรายละเอียดงานวิจัยของแต่ละกลุ่มจะได้อธิบายต่อไปดังนี้

1.6.1 งานวิจัยที่ศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท

งานวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองช่องสัญญาณ ถือเป็นพื้นฐานของการศึกษาวิจัยสำหรับการสื่อสารแบบไร้สาย เนื่องจากความซับซ้อนของกระบวนการการกระจายคลื่น ซึ่งถือเป็นสิ่งสำคัญในการค้นหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท

สำหรับแบบจำลอง ช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ได้ถูกนำมาใช้ในการศึกษาวิจัยในขอบเขตของ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท ในลักษณะที่เป็นช่องสัญญาณแบบเชิงสุ่ม (stochastic channel) ดังนั้นช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน จึงมีความเรียบง่าย และเหมาะสมในการศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณโดยทั่วไป

ในงานวิจัยที่ผ่านมา ได้มีการนำเสนอแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทที่แตกต่างกันมากมาย โดยที่แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท สามารถจัดแบ่งออกได้หลายรูปแบบ เช่น สามารถแบ่งได้เป็นแบบจำลองสำหรับแถบความถี่กว้าง (wideband) และแถบความถี่แคบ (narrowband) ในกรณีที่เราพิจารณาโดยใช้ความถี่แถบความถี่ของระบบเป็นเกณฑ์ ซึ่งในแบบจำลองช่องสัญญาณแถบความถี่กว้าง ช่องสัญญาณจะสมมุติให้มีผลตอบสนองที่แตกต่างกันในแต่ละความถี่ นั่นคือ ช่องสัญญาณจะเป็นในลักษณะที่เรียกว่า ช่องสัญญาณการเฟดโดยการเลือกความถี่ (frequency selective fading channel) และสำหรับช่องสัญญาณแถบความถี่แคบ จะสมมุติให้มีผลตอบสนองที่เท่ากันตลอดย่านความถี่ที่พิจารณา หรือโดยการพิจารณาคุณลักษณะของค่าตัวแปรต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทสามารถแบ่งออกได้เป็นแบบจำลองเชิงฟิสิกส์ และแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงฟิสิกส์ โดยแบบจำลองที่ไม่ใช่เชิงฟิสิกส์ จะเป็นแบบจำลองที่พิจารณาค่าตัวแปรที่ได้จากคุณลักษณะของช่องสัญญาณในเชิงสถิติ อย่างไรก็ตามแบบจำลองเชิงฟิสิกส์ จะมีการพิจารณาถึงค่าตัวแปรเชิงฟิสิกส์ต่าง ๆ เช่น มุมของสัญญาณที่เข้ามา (Angle of Arrival : AoA) มุมของสัญญาณที่ส่งออก (Angle of Departure : AoD) และ เวลาที่สัญญาณมาถึง (Time of Arrival : ToA) เป็นต้น ซึ่งตัวอย่างของแบบจำลองเชิงฟิสิกส์ในย่านแถบความถี่แคบ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” (Petrust, Reed and Rappaport, 1996) และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ (Spatial Channel Model : SCM) สำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” ได้ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยหลาย ๆ ชิ้น โดยเมื่อเปรียบเทียบกับช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน แบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” จะพิจารณาระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศด้วย ซึ่งทำให้สามารถนำมาใช้ในการศึกษาผลจากการมีขั้วลัดปลิ่ง และผลกระทบจากความสัมพันธ์ในลักษณะสหสัมพันธ์ (correlation effect)

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ ถือเป็นตัวอย่างหนึ่ง ที่มีความสมจริงมากในการศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณ ซึ่งได้ถูกกำหนดเป็นมาตรฐานที่ได้พัฒนาโดยกลุ่ม 3GPP-3GPP2 และ ad-hoc group (AHG) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของมาตรฐานสำหรับระบบเครือข่ายเซลลูลาร์รุ่นที่ 3 (3rd Generation Partnership Project (3GPP), 2007) โดยแบบจำลองนี้ ยอมรับให้มีการจำลองระบบในระดับต่าง ๆ รวมทั้งมีรูปแบบการกระจายคลื่นถึงสามลักษณะที่ใช้ในการตรวจสอบ ประกอบด้วย การกระจายคลื่นแบบ suburban macro-cell urban macro-cell และ urban micro-cell

1.6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความจุของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

ความจุของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ได้เป็นหัวข้อหลักของงานวิจัยในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา (Foschini, 1996; Foschini and Gans, 1998; Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Jensen and Wallace, 2004; Telatar, 1995) โดยงานวิจัยของ Foschini (1996) และ Telatar (1995) ได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ที่เป็นแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าที่น้อยที่สุดของจำนวนสายอากาศด้านรับและด้านส่ง ซึ่งผลที่ได้นี้ อธิบายได้ว่า ระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต สามารถใช้ประโยชน์จากพื้นที่ว่างในการวางสายอากาศมาช่วย โดยการส่งสัญญาณข้อมูลในรูปของช่องสัญญาณที่เป็นเมทริกซ์ แทนที่จะเป็นในรูปของช่องสัญญาณแบบเวกเตอร์ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) สำหรับรายละเอียดของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ดังแสดงในงานวิจัย (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Jensen and Wallace, 2004)

สำหรับงานวิจัยของ Foschini (1996) Foschini and Gans (1998) Shiu, Foschini, Gans and Kahn (2000) Patzold and Hogstad (2004) และ Svantesson and Ranheim (2001) ได้ทำการศึกษาวิจัยภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ภาครับเป็นช่องสัญญาณที่มีข่าวสารสมบูรณ์ (perfect channel information) ดังนั้น จึงมีกำลังงานในรูปแบบที่เท่ากัน เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความจุช่องสัญญาณ และในงานวิจัย Telatar (1995) และ Khalighi, Brossier, Jourdain and Raoof (2001) ได้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบการจัดสรรกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง (water-filling power allocation scheme) จะมีความเหมาะสมกับการประมาณค่าช่องสัญญาณทั้งในด้านรับและด้านส่ง

1.6.3 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติมิวชวลคัปปลิงที่มีผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

ผลจากมิวชวลคัปปลิงที่มีต่อความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตจะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างองค์ประกอบสายอากาศ ซึ่งปรากฏในงานวิจัย Svantesson and Ranheim (2001) จากมุมมองของการทดสอบในการติดตั้งใช้งาน ระยะห่างของสายอากาศที่มี

จำกัด อาทิ ในอุปกรณ์พกพาต่าง ๆ ทำให้เกิดผลของมิววลคัปปลิงเกิดขึ้น และทำให้สัญญาณที่ได้รับ มีความสัมพันธ์กันระหว่างสายอากาศภาครับแต่ละองค์ประกอบ ในการพิจารณาแบบจำลองการมิววลคัปปลิง สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต จะทำให้การคำนวณมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นด้วย ดังที่ได้กล่าวไว้ ผลจากมิววลคัปปลิงจะทำให้มีการเพิ่มขึ้น หรือลดลงของความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยจะขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมของการกระจาย (Svantesson and Ranheim, 2001; Wallace and Jensen, 2004; Wyglinski and Blostein, 2003)

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ จะอาศัยแบบจำลองพื้นฐานสองแบบ คือ แบบจำลองช่องสัญญาณ “One-Ring” และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ โดยอาศัยค่าความจุช่องสัญญาณของระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากัน ซึ่งจะถูกนำมาใช้ในการพัฒนาและสร้างแบบจำลอง เพื่อทำการวิเคราะห์ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต จากผลของลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ โดยแบ่งเป็นสองส่วน คือการศึกษาในระดับสองมิติ และสามมิติ ซึ่งในสองมิติจะกำหนดให้การกระจายของคลื่นอยู่ในระนาบแนวนอน โดยจะจัดวางสายอากาศทั้งภาครับและภาคส่งบนระนาบเดียวกัน ส่วนในระดับสามมิติ จะให้การกระจายของคลื่นมีทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง โดยให้สายอากาศภาครับและภาคส่งจัดวางอยู่ในระนาบแนวนอนเดียวกัน



บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 บทนำ

ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 1 วัตถุประสงค์หลักในงานวิจัยนี้ คือ การศึกษาพัฒนาแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุช่องสัญญาณกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อนำไปสู่การเลือกลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงาน และชนิดของสายอากาศ ที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่เหมาะสมในแต่ละสถานะแวดล้อม จึงจำเป็นต้องมีการศึกษาทำความเข้าใจทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกันหลายแขนง ทั้งในเรื่องทฤษฎีที่เกี่ยวกับกระบวนการเชิงสุ่ม ทฤษฎีข่าวสาร รวมทั้งความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสายอากาศและแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ดังนั้นก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการการพัฒนาสร้างแบบจำลอง จึงจำเป็นต้องมีความเข้าใจในทฤษฎีต่าง ๆ ในเบื้องต้นก่อน ดังนั้นในบทนี้จะได้อธิบายถึง ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ โดยลำดับต่อไป

2.2 กระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิจัยนี้ เราจะทำการศึกษาปรากฏการณ์ธรรมชาติ ที่เกี่ยวกับช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เพื่อสร้างแบบจำลองของช่องสัญญาณสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยที่เราจะใช้แบบจำลองเพื่ออธิบายลักษณะต่าง ๆ ของช่องสัญญาณ โดยอาศัยกระบวนการเชิงสุ่ม และเพื่อเป็นแบบจำลองอ้างอิง หรือใช้สำหรับการวิเคราะห์ ซึ่งสามารถที่จะปรับเปลี่ยนค่าต่าง ๆ เพื่อให้เหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในการจำลองแบบในรูปแบบต่าง ๆ

กระบวนการเชิงสุ่ม (stochastic process) มีที่มาจากภาษากรีก สำหรับคำว่า “stochastic” หมายถึง การสุ่ม (random) หรือโอกาส (chance) สำหรับในการสร้างแบบจำลอง ก็เพื่อที่จะทำนายโอกาสของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นจากสถานะแวดล้อมที่ได้กำหนดให้ สำหรับในการศึกษากระบวนการเชิงสุ่ม จำเป็นต้องทราบถึงนิยามต่าง ๆ ที่ใช้ในกระบวนการเชิงสุ่ม โดยนิยามที่ควรทราบเกี่ยวกับกระบวนการเชิงสุ่มมีดังต่อไปนี้

2.2.1 ตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ปริมาณที่มีค่าเจาะจง โดยบอกได้ว่ามันมีค่าที่อาจเป็นไปได้ค่าใดค่าหนึ่งจากค่าจริง ๆ และสามารถบอกความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency) ของการเกิดแต่ละค่าได้ พิจารณาการทดลองแบบสุ่มแทนด้วย s ที่ได้จากปริภูมิตัวอย่าง (sample space) แทนด้วย S ตามเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ภายในปริภูมิตัวอย่าง S และค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ๆ

สมมติว่าผลการทดลองแต่ละค่าของ s ที่ได้จากปริภูมิตัวอย่าง เรากำหนดฟังก์ชันที่แปรตามเวลา ฟังก์ชันหนึ่งตามที่เรากำลังต้องการให้กับผลการทดลองนั้น ๆ ซึ่งสามารถเขียนในรูปของ

$$X(t, s) \quad (2.1)$$

โดยที่ $-T \leq t \leq T$ และ $2T$ คือ ช่วงเวลาของการสังเกตทั้งหมด หากเรากำหนดให้ s มีค่าตายตัวค่าหนึ่งเท่ากับ s_j เราจะได้รูปสัญลักษณ์ของฟังก์ชันที่มีค่าแปรตามเวลาเป็น $X(t, s_j)$ และเราจะเรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันตัวอย่าง (sample function) ในทางกลับกัน หากเรากำหนดเวลา t มีค่าคงที่ค่าหนึ่งเท่ากับ t_k เราจะได้ตัวแปรสุ่ม $X(t_k, s)$ ที่ประกอบด้วย

$$\{X(t_k, s_1), X(t_k, s_2), \dots, X(t_k, s_n)\} \quad (2.2)$$

โดยทั่วไปเพื่อความสะดวกในการเขียน เรามักจะแทน $X(t, s_j)$ ด้วย $x_j(t)$ ดังนั้นส่วนประกอบของตัวแปรสุ่มข้างต้นสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \quad (2.3)$$

จากที่กล่าวมานี้จะสังเกตเห็นว่าการเขียนฟังก์ชันในลักษณะนี้ $X(t, s)$ เปรียบเสมือนว่าเรามีชุดของตัวแปรสุ่มจำนวนหนึ่ง ที่มีตัวชี้ด้วยตัวแปรตามเวลา และเราเรียกชุดตัวแปรสุ่มเหล่านี้รวม ๆ กันว่าเป็น กระบวนการเชิงสุ่ม นอกจากนี้โดยทั่วไป ในการแสดงถึงกระบวนการเชิงสุ่มนั้นอาจจะตัดส่วนของ s ออกเพื่อความกระชับ คือจะใช้เพียง $X(t)$ ในการแทนกระบวนการเชิงสุ่ม

เพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างตัวแปรสุ่มกับกระบวนการเชิงสุ่มมากขึ้น เราจะสามารถสรุปเปรียบเทียบไว้ได้ดังนี้ ตัวแปรสุ่ม คือ การเชื่อมโยงผลการทดลองแบบสุ่มแต่ละรูปแบบให้อยู่ในรูปของตัวเลขค่าหนึ่ง ส่วนกระบวนการเชิงสุ่ม คือ การเชื่อมโยงผลการทดลองแบบสุ่มแต่ละรูปแบบให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันของสัญญาณที่มีค่าแปรตามเวลา

ในการพิจารณากระบวนการเชิงสุ่มที่จะกล่าวต่อไป จะอาศัยความน่าจะเป็นร่วมของตัวแปรสุ่มที่แต่ละเวลา เป็นกลไกหลักสำหรับวิเคราะห์ และศึกษาถึงคุณลักษณะของกระบวนการเชิงสุ่ม กำหนดให้ X_1, X_2, \dots, X_k เป็นตัวแปรสุ่มที่ได้จากการชักตัวอย่าง (sampling) กระบวนการเชิงสุ่ม $X(t, s)$ ณ เวลา t_1, t_2, \dots, t_k นั่นคือ

$$\begin{aligned}
X_1 &= X(t_1, s) \\
X_2 &= X(t_2, s) \\
&\vdots \\
X_k &= X(t_k, s)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

เมื่อเรานิยามตัวแปรสุ่มจำนวน k ตัวจากกระบวนการเชิงสุ่มแล้ว ให้ทำการหาค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมร่วมระหว่างตัวแปรทั้ง k ตัว (k^{th} -order joint cumulative distribution function)

$$F_{x_1, x_2, \dots, x_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_k \leq x_k] \tag{2.5}$$

หรือแสดงในรูปของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วมระหว่างตัวแปร k ตัว (k^{th} -order joint probability density function) ได้เป็น

$$f_{x_1, x_2, \dots, x_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) \tag{2.6}$$

ที่จะได้กล่าวถึงต่อไป จะเป็นการอธิบายถึงคุณลักษณะของกระบวนการเชิงสุ่ม และค่าทางสถิติที่สำคัญต่างๆ

2.2.2 ค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ย (mean) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ นิยามให้มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยทางสถิติหรือค่าคาดหวัง (expectation) ของตัวแปรสุ่มที่เกิดจากการสังเกตที่เวลา t ต่าง ๆ นั่นคือ

$$\begin{aligned}
m_x(t) &= E\{X(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x f_{x(t)}(x) dx
\end{aligned} \tag{2.7}$$

โดยที่ $f_{x(t)}(x)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X(t)$ สังเกตว่าโดยทั่วไป ค่าเฉลี่ย $m_x(t)$ จะมีค่าขึ้นกับเวลา และเป็นเครื่องบอกให้ทราบว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการเชิงสุ่มมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างไร

2.3.3 ค่าสหสัมพันธ์

ค่าสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ แทนด้วย $R_x(t_1, t_2)$ นิยามให้มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยทางสถิติของผลคูณระหว่างตัวแปรสุ่มสองตัว $X(t_1)$ และ $X(t_2)$ ที่ได้จากการสังเกตกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ ที่เวลา t_1 และ t_2 ตามลำดับ นั่นคือ

$$\begin{aligned} R_x(t_1, t_2) &= E \{X(t_1)X(t_2)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{x(t_1), x(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

โดยที่ $f_{x(t_1), x(t_2)}(x_1, x_2)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นอันดับสอง (the second order probability density function) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$

2.2.4 ค่าอโตโคแวลเรียนซ์

ค่าอโตโคแวลเรียนซ์ (autocovariance) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ แทนด้วย $C_x(t_1, t_2)$ นิยามให้มีค่าดังนี้

$$C_x(t_1, t_2) = E \{(X(t_1) - m_x(t_1))(X(t_2) - m_x(t_2))\} \quad (2.9)$$

อาศัยความสัมพันธ์ตามสมการ (2.7) และ (2.8) จะได้ว่า

$$C_x(t_1, t_2) = R_x(t_1, t_2) - m_x(t_1)m_x(t_2) \quad (2.10)$$

นอกจากนี้เรายังสามารถหาค่าความแปรปรวน (variance) ของ $X(t)$ ได้จาก $C_x(t_1, t_2)$ ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{VAR}[X(t)] &= E \{(X(t_1) - m_x(t_1))^2\} \\ &= C_x(t, t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.2.5 สหสัมพันธ์ไขว้

ที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการพิจารณาวิธีการหาค่าสหสัมพันธ์ (correlation) ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่มตัวเดียวกัน ยังไม่ได้กล่าวถึงการหาสหสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่มสอง

ตัวเลข การนิยามค่าสหสัมพันธ์ไขว้ (cross-correlation) ระหว่างกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$ เป็นดังนี้

$$R_{xy}(t, u) = E \{X(t)Y(u)\} \quad (2.12)$$

$$R_{yx}(t, u) = E \{Y(t)X(u)\} \quad (2.13)$$

โดยที่ t และ u เป็นจุดเวลาที่สังเกตกระบวนการเชิงสุ่ม โดยทั่วไปในการแสดงคุณสมบัติของสหสัมพันธ์ไขว้ระหว่างตัวแปรสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$ เพื่อความสะดวกมักจะเขียนในรูปของเมทริกซ์ดังนี้

$$\mathbf{R}(\tau) = \begin{bmatrix} R_x(\tau) & R_{xy}(\tau) \\ R_{yx}(\tau) & R_y(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

โดยที่ $\tau = t - u$ เราจะเรียกเมทริกซ์นี้ว่า เมทริกซ์สหสัมพันธ์ (correlation matrix) ของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ และ $Y(t)$

2.2.6 คุณสมบัติเออร์โกดิก

ค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิล (ensemble average) คือการหาค่าเฉลี่ยของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ ที่เวลา t_k ค่าหนึ่ง ซึ่งเป็นการหาค่าเฉลี่ยที่คิดจากค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของฟังก์ชันตัวอย่างทั้งหลายของกระบวนการเชิงสุ่มที่เวลา $t = t_k$ นอกจากค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิลแล้ว เรายังสามารถนิยามค่าเฉลี่ยอีกรูปแบบหนึ่งที่เรียกว่า ค่าเฉลี่ยทางเวลา (time average) ที่คิดจากค่าที่เกิดขึ้นในแนวแกนเวลา ประเด็นที่น่าสนใจคือเนื่องจากค่าทางเวลาเป็นค่าที่สามารถหาได้จริงในทางปฏิบัติ เพราะสามารถวัดได้โดยตรงจากสัญญาณที่พิจารณา ดังนั้น จึงมีคำถามว่า ค่าเฉลี่ยทั้งสองแบบมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ก่อนอื่นจะต้องอธิบายถึงการหาค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิล ค่าเฉลี่ยยกกำลังสอง และอัตราสหสัมพันธ์ ที่กระทำโดยการคำนวณค่าในทางเวลาแทน ซึ่งนิยามดังนี้

$$\langle X(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt \quad (2.15)$$

$$\langle X^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X^2(t) dt \quad (2.16)$$

$$\langle X(t)X(t-\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t)X(t-\tau) dt \quad (2.17)$$

สำหรับกระบวนการเชิงสุ่มใดที่จัดว่ามีคุณสมบัติเออร์กอดิก (ergodicity) เงื่อนไขต่อไปนี้จะจริง

$$E \{X(t)\} = \langle X(t) \rangle \quad (2.18)$$

$$E \{X^2(t)\} = \langle X^2(t) \rangle \quad (2.19)$$

$$E \{X(t)X(t-\tau)\} = \langle X(t)X(t-\tau) \rangle \quad (2.20)$$

นอกจากนี้ค่าเฉลี่ยรูปแบบอื่น ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของกระบวนการเชิงสุ่ม $X(t)$ จะต้องเป็นจริงด้วย กระบวนการเชิงสุ่มดังกล่าวจึงจะจัดว่ามีคุณสมบัติเออร์กอดิก

2.3 ทฤษฎีข่าวสาร

ทฤษฎีข่าวสารนั้นมีความเกี่ยวข้องกับระบบการสื่อสารแบบไร้สาย เพื่อให้มีความเข้าใจถึงที่มา ที่เกี่ยวข้องกับค่าความจุของสัญญาณ ที่จะได้ทำการศึกษาต่อไป จึงจำเป็นต้องทราบถึงพื้นฐาน ทฤษฎีการสื่อสารไร้สายต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับช่องสัญญาณ อาทิ วิธีการวัดค่าข่าวสาร การหาค่าเฉลี่ย ข่าวสาร และการหาความจุของสัญญาณสำหรับระบบการสื่อสารข้อมูล ซึ่งเป็นการศึกษาว่า แท้จริงแล้วเราจะสามารถสื่อสารข้อมูลที่ให้ประสิทธิภาพสูงสุดได้อย่างไร

2.3.1 การนิยามปริมาณข่าวสาร

พิจารณาแหล่งกำเนิดข้อมูลแห่งหนึ่งมีการส่งข้อมูลออกคราวละหนึ่งชุด โดยข้อมูลแต่ละชุดที่ส่งออกมาจะมีรูปแบบได้จำกัดเพียง M ซึ่งอยู่ภายในเซตของปริภูมิตัวอย่าง $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ โดยความน่าจะเป็นในการเลือกส่งข้อมูลของแต่ละชุดมีค่าเป็น

$$P(X = x_k) = p_k \quad (2.21)$$

โดยที่ $k = 1, 2, \dots, M$ และเมื่อนำความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลมารวมกันจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

$$\sum_{k=1}^M p_k = 1 \quad (2.22)$$

การนิยามปริมาณข่าวสารโดยอาศัยแนวคิดของทฤษฎีความน่าจะเป็นมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริง และผู้ที่นิยามปริมาณข่าวสารตามเลขฐานสองไว้ (Cover and Thomas, 1991) โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$I(x_k) = \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \quad (2.23)$$

จากนิยามข้างต้น แสดงให้เห็นว่าปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์หนึ่ง ได้นิยามให้เป็นส่วนกลับของค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์นั้น นั่นคือ เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นมากก็จะมีปริมาณข่าวสารที่น้อย และเหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยก็จะมีปริมาณข่าวสารที่มาก ซึ่งผลจากการนิยามตามสมการ (2.23) พบว่าปริมาณข่าวสารมีคุณสมบัติที่น่าสนใจดังนี้

- 1) $I(x_k) = 0$ สำหรับ $p_k = 1$
- 2) $I(x_k) \geq 0$ สำหรับ $0 \leq p_k \leq 1$
- 3) $I(x_k) > I(x_j)$ สำหรับ $p_k < p_j$
- 4) $I(x_k x_i) = I(x_k) + I(x_i)$ ถ้า สำหรับ x_k และ x_j เป็นอิสระต่อกันในเชิงสถิติ

2.3.2 การนิยามปริมาณเอนโทรปี

แม้ว่าการวัดปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ตามนิยามสมการ (2.23) นับว่าเป็นประโยชน์ แต่เวลานำไปประยุกต์ใช้งาน เรามักจะสนใจ และต้องการทราบถึงปริมาณ

ข่าวสารที่ได้จากแหล่งกำเนิดข้อมูลเฉลี่ยโดยรวมมากกว่า แทนที่จะสนใจปริมาณข่าวสารของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์แยกกัน ปริมาณข่าวสารโดยเฉลี่ยของแหล่งกำเนิดข้อมูลที่กล่าวนี้มีชื่อเฉพาะเรียกว่า เอนโทรปี (entropy) และค่านี้สามารถหาได้จากการหาค่าเฉลี่ยเชิงสถิติของข่าวสารของแต่ละเหตุการณ์ หรือ ค่าคาดหวังของเหตุการณ์ดังนี้

$$\begin{aligned} H(X) &= E\{I(x_k)\} \\ &= \sum_{k=1}^M p_k I(x_k) \\ &= \sum_{k=1}^M p_k \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

โดยที่ $E\{\cdot\}$ แทนค่าเฉลี่ยเชิงสถิติ หรือค่าคาดหวัง

จากนิยามเอนโทรปีตามสมการ (2.24) พบว่าเอนโทรปีมีคุณสมบัติที่น่าสนใจประการหนึ่งคือ

$$0 \leq H(X) \leq \log_2 M \quad (2.25)$$

เมื่อ M คือจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของแหล่งกำเนิดข้อมูล จากสมการ (2.25) จะเห็นว่า ความสัมพันธ์นี้แสดงถึงขอบเขตของเอนโทรปีทั้งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

สำหรับขอบเขตค่าต่ำสุดของเอนโทรปี จะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 เสมอ การพิสูจน์คุณสมบัตินี้ทำได้โดยง่าย เพราะจากนิยามตามสมการ (2.24) แต่ละค่าของ $p_k \log_2(1/p_k)$ ที่นำมารวมกันมีค่ามากกว่า 0 เสมอ ดังนั้น $H(X) \geq 0$ ด้วย ทั้งนี้เอนโทรปีจะมีค่าเป็น 0 ก็เฉพาะกรณีที่มีสัญลักษณ์หนึ่งในเซตมีความน่าจะเป็นในการเกิดเป็น 1 ส่วนสัญลักษณ์ที่เหลือมีค่าความน่าจะเป็นในการเกิดเป็น 0 ทั้งหมด กล่าวคือ มี p_k ค่าหนึ่งเป็น 1 และ p_k ที่เหลือมีค่าเป็น 0

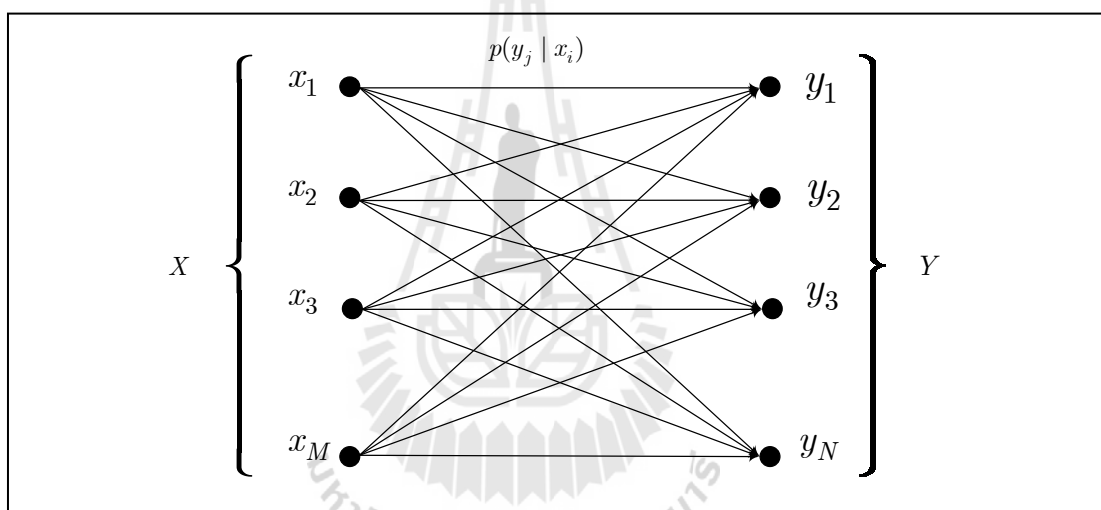
ส่วนขอบเขตบนบ่งบอกว่าเอนโทรปีจะมีค่าสูงสุดไม่เกิน $\log_2 M$ ถ้าพิจารณาโดยละเอียดจะพบว่า เอนโทรปีสูงสุดที่เป็นไปได้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อสัญลักษณ์ทั้ง M รูปแบบมีความน่าจะเป็นในการเกิดเท่ากับ $1/M$ เท่ากันหมดนั่นเอง

2.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ

การอธิบายที่ผ่านมาเป็นการอธิบายเกี่ยวกับแหล่งกำเนิดข่าวสารทั้งสิ้น ในส่วนต่อไปจะเป็นการพิจารณาส่วนที่สำคัญของระบบอีกส่วนหนึ่ง คือ ช่องสัญญาณ ซึ่งเป็นสื่อกลางใน

การนำส่งข่าวสารจากแหล่งกำเนิดที่ภาคส่งไปยังจุดหมายปลายทางที่ภาครับ ช่องสัญญาณพื้นฐานที่นำมาพิจารณาต่อไปนี้จะให้มีความสมบัติไม่มีความจำ (memoryless) หมายความว่า สัญญาณที่ขาออกของช่องสัญญาณ ณ เวลาหนึ่ง จะขึ้นอยู่กับสัญญาณที่ด้านเข้า ณ เวลาดังกล่าวเท่านั้น ไม่ขึ้นกับสัญญาณที่ได้ป้อนเข้ามาก่อนหน้านี้เลย นอกจากนี้สัญญาณที่ด้านเข้าและด้านออกก็จะมีรูปแบบของสัญลักษณ์ที่จำกัดด้วยเช่นกัน

พิจารณาแหล่งกำเนิดสัญญาณหนึ่ง ซึ่งให้กำเนิดสัญลักษณ์จำนวนจำกัดที่แตกต่างกันทั้งหมด M รูปแบบ $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ เมื่อป้อนสัญญาณดังกล่าวเข้าสู่ช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำ พบว่า จะได้สัญญาณด้านออกที่แตกต่างกันทั้งหมด N รูปแบบ $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ และเมื่อนำองค์ประกอบดังกล่าวมาวาดเป็นโครงสร้างแบบจำลองได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ

จากรูปสังเกตว่าส่วนของช่องสัญญาณที่มีการเขียนค่าความน่าจะเป็น $p(y_j | x_i)$ ประกอบอยู่ในแบบจำลอง ซึ่งจะหมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่สัญญาณด้านออกจะเป็น y_j เมื่อทราบที่ป้อนสัญญาณ x_i เข้าสู่ช่องสัญญาณแล้ว หรือเท่ากับ $P(Y = y_j | X = x_i)$ นั่นคือ ถ้าเราทราบความน่าจะเป็น $p(y_j | x_i)$ ครบทุกแบบ ก็จะสามารถบรรยายคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งสามารถแสดงคุณลักษณะของช่องสัญญาณในรูปเมทริกซ์ขนาด $M \times N$ ได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p(y_1 | x_1) & p(y_2 | x_1) & \cdots & p(y_N | x_1) \\ p(y_1 | x_2) & p(y_2 | x_2) & \cdots & p(y_N | x_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p(y_1 | x_M) & p(y_2 | x_M) & \cdots & p(y_N | x_M) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

โดยเรียกเมทริกซ์ \mathbf{P} ว่าเมทริกซ์ช่องสัญญาณ (channel matrix) ซึ่งทั่วไปแล้วมักทราบหรือมีการกำหนดความน่าจะเป็นของสัญญาณ X แต่ละสัญลักษณ์ที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณ นั่นคือเราทราบค่า $p(x_i) = P(X = x_i)$ สำหรับสัญลักษณ์ x_i ทั้งหมดที่อยู่ในเซต $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ เมื่อการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X เป็นที่ทราบแล้ว สิ่งต่อไปที่เราสนใจคือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Y ซึ่งเป็นสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณ ในการคำนวณการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Y สามารถทำได้โดยอาศัยหลักการของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบมาร์จินอล (marginal distribution probability) ดังนี้

$$\begin{aligned} p(y_j) &= P(Y = y_j) \\ &= \sum_{i=1}^M P(Y = y_j | X = x_i) P(X = x_i) \\ &= \sum_{i=1}^M p(y_j | x_i) p(x_i) \end{aligned} \quad (2.27)$$

นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณหาการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (joint probability distribution) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y ได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} p(x_i, y_j) &= P(X = x_i, Y = y_j) \\ &= P(Y = y_j | X = x_i) P(X = x_i) \\ &= p(y_j | x_i) p(x_i) \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.3.4 ข่าวนำรวม

จากการอธิบายถึงแบบจำลองของช่องสัญญาณในส่วนที่ผ่านมาแล้วนั้น สัญญาณ X คือสัญญาณที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณ และ Y คือสัญญาณที่ขาออกของช่องสัญญาณซึ่งสัญญาณ Y ก็คือ สัญญาณ X ที่ได้เปลี่ยนแปลงไป เนื่องจากการรบกวนจากตัวช่องสัญญาณ

โดยในส่วนของสัญญาณ X นั้น เราสามารถคำนวณหาความไม่แน่นอนโดยอาศัยนิยามเอนโทรปี (ประสิทธิ์ ประพัฒน์มงคลการ, 2540) ได้ดังนี้

$$H(X) = \sum_{i=1}^M p(x_i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) \quad (2.29)$$

เพื่อความสะดวกในการอธิบายในลำดับถัดไปเราจะดัดแปลงสภาพของสมการ $H(X)$ ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} H(X) &= \sum_{i=1}^M p(x_i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) \sum_{j=1}^N p(y_j | x_i) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(y_j | x_i) p(x_i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(y_j, x_i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

เมื่อเราทราบความไม่แน่นอนของสัญญาณ X จากค่าเอนโทรปี $H(X)$ แล้ว หากลองพิจารณาต่อว่าจะเกิดอะไรขึ้นกับความไม่แน่นอนของ X เมื่อภาครับได้รับสัญญาณ $Y = y_j$ เป็นที่เรียบร้อยแล้ว กล่าวคือภาครับได้รับข่าวสารเพิ่มเติม และจะต้องไม่ลืมว่าข่าวสารของสัญญาณ Y ก็คือข่าวสารของสัญญาณ X ที่ถูกรบกวนโดยช่องสัญญาณ ดังนั้นภาครับจะพิจารณาความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ว่ามีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เมื่อเทียบกับก่อนที่จะได้รับสัญญาณ Y โดยเราจะเริ่มจากการหาค่าเอนโทรปีของตัวแปรสุ่ม X หลังจากที่ได้รับทราบค่าของตัวแปรสุ่ม $Y = y_j$ เรียบร้อยแล้ว ซึ่งเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$H(X | Y = y_j) = \sum_{i=1}^M p(x_i | y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i | y_j)} \right) \quad (2.31)$$

ถ้าจากการคำนวณนี้ ให้ผลได้หลายรูปแบบ และเปลี่ยนแปลงไปตามค่า y_j ดังนั้นค่า $H(X | Y = y_j)$ สามารถมองเป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็น $H(X | Y = y_1)$, $H(X | Y = y_2)$,

$H(X | Y = y_N)$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $p(y_1), p(y_1), \dots, p(y_N)$ ตามลำดับ ดังนั้นถ้าเราหาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มนี้ตามค่าของ Y จะได้

$$\begin{aligned} H(X | Y) &= \sum_{j=1}^N H(X | Y = y_j) p(y_j) \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i | y_j) p(y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i | y_j)} \right) \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i | y_j)} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

พจน์ $H(X | Y)$ คือ ค่าที่แสดงถึงความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ที่พิจารณาหลังจากได้รับค่าของสัญญาณ Y ที่ขาออกของช่องสัญญาณแล้ว ส่วน $H(X)$ คือ ค่าที่แสดงถึงความไม่แน่นอนของสัญญาณ X ตามคุณลักษณะของแหล่งกำเนิด โดยหลักการแล้ว ค่า $H(X | Y)$ น่าจะมีขนาดเล็กกว่า $H(X)$ เนื่องจากได้รับข่าวสารที่มากกว่า ดังนั้น ความไม่แน่นอนของ X หลังจากได้รับข่าวสารเพิ่มเติมจากช่องสัญญาณย่อมจะลดลง ข่าวสารที่ได้รับเพิ่มเติมนี้เรียกว่า ข่าวสารร่วม (mutual information) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$I(X; Y) = H(X) - H(X | Y) \quad (2.33)$$

จากสมการ (2.30) และ (2.32) จะได้ว่า

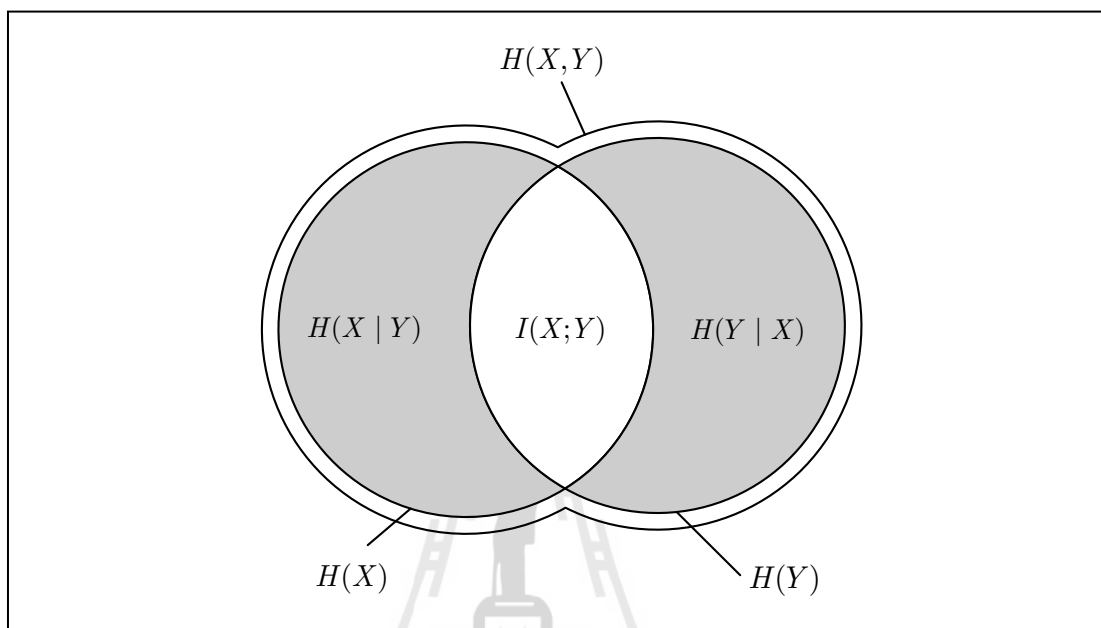
$$\begin{aligned} I(X; Y) &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right) - \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i | y_j)} \right) \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{p(x_i | y_j)}{p(x_i)} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

จากคำจำกัดความของคำว่าข่าวสารร่วมหรือ $I(X; Y)$ ตามสมการ (2.33) พบว่าข่าวสารร่วมมีคุณสมบัติที่น่าสนใจดังนี้

- 1) $I(X; Y) = I(Y; X)$
- 2) $I(X; Y) \geq 0$ เสมอ
- 3) $I(X; Y) = H(Y) - H(Y | X) = H(X) - H(X | Y)$

$$4) I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

เราสามารถอธิบายคุณสมบัติของข่าวสารร่วมโดยอาศัยแผนภาพเวนน์ (venn diagram) ได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แผนภาพเวนน์แสดงค่าต่าง ๆ ของข่าวสารในระบบการสื่อสาร

2.3.5 ความจุช่องสัญญาณ

พิจารณาช่องสัญญาณที่มีการป้อนสัญญาณด้านเข้า X ด้วยสัญญาณที่มีจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์จำกัด และ สัญญาณขาออก Y ของช่องสัญญาณ ก็มีจำนวนรูปแบบของสัญลักษณ์จำนวนจำกัดด้วย โดยที่ช่องสัญญาณมีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสภาพของสัญญาณเป็น $p(y_j | x_i)$ เราจะนิยามความจุช่องสัญญาณ C ให้มีค่าเท่ากับปริมาณข่าวสารเฉลี่ยสูงสุดที่สามารถส่งผ่านช่องสัญญาณได้ ซึ่งก็เทียบได้กับการหาค่าสูงสุดของข่าวสารร่วมนั่นเอง ซึ่งเมื่อพิจารณาค่าของ $I(X;Y)$ สามารถแสดงได้เป็น

$$I(X;Y) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M p(x_i, y_j) \log_2 \left(\frac{p(y_j | x_i)}{p(y_j)} \right) \quad (2.35)$$

เนื่องจากเราสามารถแสดงค่าของ $p(x_i, y_j)$ ในรูปของ

$$p(x_i, y_j) = p(y_j | x_i)p(x_i) \quad (2.36)$$

และแสดงค่าของ $p(y_j)$ ในรูปของ

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^M p(y_j | x_i)p(x_i) \quad (2.37)$$

ดังนั้นเมื่อเราแทนค่าของ $p(x_i, y_j)$ และ $p(y_j)$ ลงในสมการ (2.35) จะได้ว่าค่า $I(X; Y)$ นั้นจะขึ้นอยู่กับค่า $p(x_i)$ และค่า $p(y_j | x_i)$ เท่านั้น เนื่องจาก $p(y_j | x_i)$ เป็นค่าที่ขึ้นกับคุณสมบัติของช่องสัญญาณซึ่งไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ จึงหมายความว่า ค่าของ $I(X; Y)$ จะขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของสัญญาณที่ป้อนเข้ามาเป็นสำคัญ ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถเขียนความจุช่องสัญญาณได้ดังนี้ (ลัทธิกร วุฒิสัททิกุลกิจ, 2546).

$$C = \max_{p(x_i)} I(X; Y) \quad (2.38)$$

จากที่กล่าวมาเราได้ข้อสังเกตที่น่าสนใจอยู่ประการหนึ่งว่าความจุของช่องสัญญาณนอกจากจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของช่องสัญญาณเองแล้ว ยังขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของสัญญาณที่ป้อนเข้าไปในช่องสัญญาณด้วย

2.3.6 เอนโทรปีสำหรับแหล่งกำเนิดข่าวสารแบบต่อเนื่อง

การอธิบายที่ผ่านมา เราอธิบายเฉพาะแหล่งกำเนิดสัญญาณที่มีรูปแบบสัญลักษณ์จำกัด ดังนั้นเราจึงแสดงแหล่งกำเนิดสัญญาณแบบนี้ในรูปของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) สำหรับเนื้อหาต่อจากนี้ จะขยายไปสู่แหล่งกำเนิดที่มีสัญลักษณ์แบบไม่จำกัด ดังนั้น เราจึงแสดงแหล่งกำเนิดสัญญาณที่จะพิจารณาต่อไปในรูปของ ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (continuous random variable)

กำหนดให้ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง X มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นเท่ากับ $f_x(X)$ ถ้าเรานิยามค่าเอนโทรปีของแหล่งกำเนิด หรือตัวแปรสุ่มนี้ โดยอาศัยรูปแบบที่คล้ายคลึงกับการนิยามของเอนโทรปีสำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ก็จะได้เป็นรูปแบบสมการดังต่อไปนี้

$$h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) dx \quad (2.39)$$

และเราจะเรียกนิยามเอนโทรปีนี้ว่า เอนโทรปีส่วนต่าง (differential entropy) สำหรับเหตุผลที่เรียกเช่นนี้ จะได้อธิบายในภายหลัง หากพิจารณาในเชิงคณิตศาสตร์ แท้จริงแล้ว เราจะพบว่าการนิยามตามสมการ (2.39) ไม่เหมือนหรือสอดคล้องกับการให้นิยามสำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ประเด็นนี้สามารถอธิบายให้เห็นได้อย่างชัดเจนดังนี้

ก่อนอื่นเราจะพิจารณาดัชนีแบบต่อเนื่อง ในรูปของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง โดยอาศัยทฤษฎีลิมิตมาช่วย นั่นคือ สมมติให้ $x_k = k\Delta x$ โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots$ และ Δx มีค่าเข้าใกล้ 0 ตัวแปรสุ่ม X จะมีค่าอยู่ในช่วง $[x_k, x_k + \Delta x]$ ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ $f_x(x)\Delta x$ ดังนั้นเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มที่เขียนในรูปแบบไม่ต่อเนื่องจะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 H(X) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_x(x_k) \Delta x \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x_k) \Delta x} \right) \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[f_x(x_k) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x_k)} \right) - f_x(x_k) \log_2 (\Delta x) \right] \Delta x \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x_k) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x_k)} \right) dx - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \log_2 (\Delta x) \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x_k) dx \\
 &= h(X) - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \log_2 (\Delta x)
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

จากสมการความสัมพันธ์ที่ได้ สังเกตว่าพจน์แรกของสมการทางขวามือ $h(X)$ ก็คือค่าของเอนโทรปีส่วนต่างที่ได้นิยามไว้ในสมการ (2.39) นั่นเอง ซึ่งสามารถบอกได้ชัดเจนว่า นิยามเอนโทรปีส่วนต่างนั้น มีค่าไม่เท่ากับที่ได้นิยามตามแบบของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง นั่นคือ ถ้าเรานิยามเอนโทรปีให้กับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง โดยอาศัยนิยามของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง และใช้ทฤษฎีลิมิตเข้าช่วย จะได้พจน์ที่สองของสมการทางด้านขวามือเพิ่มขึ้นมา ซึ่งถ้าลองพิจารณาคู่ค่าของพจน์นี้ พบว่าจะมีค่าเป็นอนันต์ เมื่อ $\Delta x \rightarrow 0$ แสดงให้เห็นได้ว่าเอนโทรปี $H(X)$ ของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องนั้น มีค่าเป็นอนันต์เสมอ และเราเรียกเอนโทรปี $H(X)$ ว่าเป็นเอนโทรปีสัมบูรณ์ (absolute entropy) การที่เอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ เป็นอนันต์นั้น มิได้ขัดแย้งกับความเป็นจริงแต่อย่างใด เพราะแหล่งกำเนิดแบบนี้มีรูปแบบสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันได้เป็นจำนวนอนันต์ ดังนั้นเราจึงไม่สามารถใช้ค่าเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ ในการเปรียบเทียบเอนโทรปีระหว่างตัวแปรสุ่ม 2 ตัวที่ต่างกัน ได้ ด้วยเหตุนี้ เราจึงกล่าวว่า การนิยามเอนโทรปีแบบของเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ นั้น ไม่มีประโยชน์ในการใช้งานเท่าใดนัก แต่สังเกตว่า ถ้าเราสนใจเฉพาะความแตกต่างของเอนโทรปีระหว่างตัวแปรสุ่มสองตัว นั่นคือ ให้นำเอนโทรปีสัมบูรณ์มาหักลบกัน จะพบว่า พจน์ที่มีค่าเป็นอนันต์จะหักล้างกันไป ผลลัพธ์ที่ได้ก็เทียบเท่าการนำเอนโทรปีส่วนต่าง

$h(X)$ ของตัวแปรสุ่มทั้งสองมาหักลบกันนั่นเอง ด้วยเหตุนี้ การนิยามเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ในรูปเอนโทรปีส่วนต่าง $h(X)$ แทนเอนโทรปีสัมบูรณ์ $H(X)$ จึงมีความเหมาะสม และเป็นประโยชน์กว่า ทั้งนี้ให้พิจารณาพจน์ $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \log_2(\Delta x)$ เป็นเพียงค่าอ้างอิงที่มีขนาดเท่ากัน สำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องทุกตัว

2.3.7 แหล่งกำเนิดข่าวสารที่มีเอนโทรปีสูงสุด

ในการพิสูจน์เพื่อหาตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ที่ให้ค่าเอนโทรปีส่วนต่างสูงสุด เมื่อกำหนดค่าความแปรปรวน (variance) มาให้นั้น สามารถทำได้โดยกำหนดปัญหาดังกล่าวในรูปต่อไปนี้

$$\max \left(h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) dx \right) \quad (2.41)$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1 \quad (2.42)$$

และ

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f_x(x) dx = \sigma^2 \quad (2.43)$$

เมื่อ μ และ σ^2 คือค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X ตามลำดับ

รูปปัญหาที่แสดงข้างต้นสามารถหาผลเฉลยได้โดยอาศัยกรรมวิธี ตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange multiplier) ซึ่งตามกรรมวิธีดังกล่าวนี้ ระบุว่า เอนโทรปีส่วนต่าง $h(X)$ จะให้ค่าสูงสุด เมื่อผลการอินทิเกรตของส่วนประกอบต่อไปนี้

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) + \lambda_1 f_x(x) + \lambda_2 (x - \mu)^2 f_x(x) dx \quad (2.44)$$

เมื่อ λ_1 และ λ_2 คือ ตัวคูณลากรางจ์ เงื่อนไขดังกล่าวนี้ มีความหมายในอีกนัยหนึ่งว่า เอนโทรปี ส่วนต่าง $h(X)$ จะให้ค่าสูงสุดเมื่อหาอนุพันธ์ของเทอมที่อยู่ในเครื่องหมายอินทิเกรต ซึ่งมีค่า เท่ากับ

$$f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) + \lambda_1 f_x(x) + \lambda_2 (x - \mu)^2 f_x(x) \quad (2.45)$$

เทียบกับ $f_x(x)$ แล้วมีค่าเท่ากับ 0 นั่นคือ

$$\log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) - \log_2 e + \lambda_1 + \lambda_2 (x - \mu)^2 = 0 \quad (2.46)$$

เมื่อจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$f_x(x) = \exp \left(-1 + \frac{\lambda_1}{\log_2 e} + \frac{\lambda_2}{\log_2 e} (x - \mu)^2 \right) \quad (2.47)$$

เมื่อแทนค่า $f_x(x)$ ลงในสมการ (2.42) และ (2.43) จะสามารถแก้หาค่า λ_1 และ λ_2 ได้เท่ากับ

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{e}{2\pi\sigma^2} \right) \quad (2.48)$$

$$\lambda_2 = -\frac{\log_2 e}{2\sigma^2} \quad (2.49)$$

เมื่อแทนค่าทั้งสองลงในสมการ (2.47) จะได้ตัวแปรสุ่มที่ให้ค่าเอนโทรปีส่วนต่างสูงสุดเป็นดังนี้

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (2.50)$$

ซึ่งก็คือ ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน (Gaussian random variable) นั่นเอง

เราสามารถหาค่าเอนโทรปีของตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนได้โดยการใส่เครื่องหมายลอการิทึมทั้งสองข้างสมการจะได้ว่า

$$\log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) = \log_2 \sqrt{2\pi}\sigma + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \log_2 e \quad (2.51)$$

จากนิยามเอนโทรปีส่วนต่างในสมการ (2.39) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} h(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x)} \right) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \left(\log_2 \sqrt{2\pi}\sigma + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \log_2 e \right) dx \\ &= \log_2 \sqrt{2\pi}\sigma \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) \left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \log_2 e \right) dx \\ &= \log_2 \sqrt{2\pi}\sigma + \frac{1}{2\sigma^2} \log_2 e \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_x(x) dx \\ &= \log_2 \sqrt{2\pi}\sigma + \frac{1}{2} \log_2 e \\ &= \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e \sigma^2) \end{aligned} \quad (2.52)$$

2.3.8 ข่าวสารร่วมสำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

สำหรับกรณีตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง การนิยามค่าข่าวสารร่วม ระหว่างตัวแปรสุ่ม X และ Y สามารถทำได้ในลักษณะเดียวกันกับที่นิยามไว้ในสมการ (2.34) ดังนี้

$$I(X;Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y) \log_2 \left(\frac{f_x(x|y)}{f_x(x)} \right) dx dy \quad (2.53)$$

โดยที่ $f_{x,y}(x,y)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วม (joint probability density function) ของตัวแปรสุ่ม X และ Y ส่วน $f_x(x|y)$ คือฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional probability density function) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม $Y = y$

คุณสมบัติหลักของข่าวสารร่วม $I(X;Y)$ สำหรับกรณีตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องสามารถพิจารณาได้ทำนองเดียวกับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องได้ดังนี้

- 1) $I(X;Y) = I(Y;X)$
- 2) $I(X;Y) \geq 0$ เสมอ
- 3) $I(X;Y) = h(X) - h(X|Y)$
- 4) $I(X;Y) = h(Y) - h(Y|X)$

โดยที่ $h(X)$ คือ ค่าเอนโทรปีส่วนต่างของ X และ $h(Y)$ ค่าเอนโทรปีส่วนต่างของ Y สำหรับ $h(X|Y)$ คือค่าเอนโทรปีส่วนต่างแบบมีเงื่อนไข (conditional differential entropy) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม Y ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$h(X|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y) \log_2 \left(\frac{1}{f_x(x|y)} \right) dx dy \quad (2.54)$$

และ $h(Y|X)$ คือค่าเอนโทรปีส่วนต่างแบบมีเงื่อนไข ของตัวแปรสุ่ม Y เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม X ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$h(Y|X) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y) \log_2 \left(\frac{1}{f_y(y|x)} \right) dx dy \quad (2.55)$$

2.3.9 ทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ

พิจารณาสัญญาณ $X(t)$ หนึ่งที่มีแถบความถี่จำกัดเท่ากับ B เฮิรตซ์ ได้ทำการป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณที่ไม่มีความจำ ซึ่งมีสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนสีขาวแบบบวก (Additive White Gaussian Noise : AWGN) กำหนดให้ X_k คือ ค่าที่ได้จากการชักตัวอย่างสัญญาณ $X(t)$ ณ เวลา k ตั้งแต่ $1, 2, \dots, n$ ทั้งนี้การการชักตัวอย่างสัญญาณ กระทำอย่างสม่ำเสมอด้วยอัตราเร็วเท่ากับ $2B$ ซึ่งเป็นอัตราในการการชักตัวอย่างที่สูงเพียงพอ สำหรับการที่ภาครับจะสามารถดึงสัญญาณต้นทางกลับคืนมาได้อย่างถูกต้อง ตามทฤษฎีการชักตัวอย่างของไนควิสต์ เมื่อสัญญาณ X_k ถูกป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณจะได้เป็นสัญญาณ Y_k ออกมา ซึ่งคือ ตัวอย่างของสัญญาณที่ด้านออกจากช่องสัญญาณ ณ เวลา k นั้นเอง โดยจากนิยามข้างต้นจะได้ว่า

$$Y_k = X_k + N_k \quad \text{เมื่อ } k = 1, 2, \dots, n \quad (2.56)$$

โดยค่าตัวอย่างของสัญญาณรบกวน N_k ที่เวลา k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ

$$\sigma^2 = N_0 B \quad (2.57)$$

แหล่งกำเนิดสัญญาณจะส่งออกด้วยกำลังเฉลี่ยที่จำกัดค่าหนึ่งเท่ากับ P ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$E\{X_k^2\} = P \quad \text{เมื่อ } k = 1, 2, \dots, n \quad (2.58)$$

ความจุของช่องสัญญาณมีนิยามดังนี้

$$C = \max_{p(x_i)} \{I(X_k; Y_k) : E\{X_k^2\} = P\} \quad (2.59)$$

โดยที่ $I(X_k; Y_k)$ คือ ค่าเฉลี่ยของข่าวสารร่วม ระหว่างตัวอย่างของสัญญาณที่แหล่งกำเนิด X_k และสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณเป็น Y_k โดยที่การหาค่าความจุสูงสุดนั้น ให้กระทำเทียบกับฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปร X_k

ในการหาค่าสูงสุดนั้นเราจะอาศัยค่าของ $I(X_k; Y_k)$ ในรูปของความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$I(X_k; Y_k) = h(Y_k) - h(Y_k | X_k) \quad (2.60)$$

สำหรับ $h(Y_k | X_k)$ มีความหมายว่า เมื่อได้กำหนดค่าของ X_k มาแล้ว จะพบว่าค่าเอนโทรปีของ Y_k จะมีค่าเท่ากับเอนโทรปีของ N_k นั่นเอง ซึ่งสามารถอธิบายได้โดยพิจารณาความสัมพันธ์ $Y_k = X_k + N_k$ จะเห็นว่าเมื่อเราทราบ X_k แล้ว Y_k จะขึ้นตรงกับตัวแปรสุ่ม N_k เท่านั้น

ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

$$h(Y_k | X_k) = h(N_k) \quad (2.61)$$

เมื่อแทนค่า $h(Y_k | X_k)$ ลงในสมการ (2.60) จะได้ว่า

$$h(X_k; Y_k) = h(Y_k) - h(N_k) \quad (2.62)$$

เนื่องจากสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณ ไม่ได้มีความสัมพันธ์อันใดกับสัญญาณที่ส่งจากแหล่งกำเนิดข่าวสาร ดังนั้น การแจกแจงความน่าจะเป็น $f_x(x)$ ของตัวแปรสุ่ม X_k ก็ย่อมจะเป็นอิสระในเชิงสถิติจากสัญญาณรบกวน N_k ด้วย นั่นคือ $h(N_k)$ ไม่ขึ้นกับฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น $f_x(x)$ เมื่อเป็นเช่นนี้การหาค่าสูงสุดของ $I(X_k; Y_k)$ จึงขึ้นกับพจน์ $h(Y_k)$ เท่านั้น เนื่องจากเอนโทรปี $h(Y_k)$ จะมีค่าสูงสุดได้ก็ต่อเมื่อ Y_k เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนเท่านั้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าสัญญาณที่ด้านออกของช่องสัญญาณจะมีคุณลักษณะเป็นสัญญาณรบกวนด้วย เมื่อพิจารณาสัญญาณรบกวนที่เกิดจากช่องสัญญาณซึ่งได้สมมติไว้ในตอนต้นแล้วว่า ให้แต่ละตัวอย่าง N_k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนด้วย นั่นคือ ความจุช่องสัญญาณจะมีค่าสูงสุดได้เมื่อตัวแปรสุ่ม X_k มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน ดังนั้นสมการ (2.59) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$C = I(X_k; Y_k) : X_k \text{ Gaussian } E\{X_k^2\} = P \quad (2.63)$$

ดังนั้นเมื่อเราทราบเงื่อนไขที่ทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าสูงสุดแล้ว การคำนวณความจุสูงสุดของช่องสัญญาณอื่น ๆ จึงสามารถทำได้โดยง่าย ขึ้นแรกอาศัยสมการ (2.62)

$$\begin{aligned} C &= I(X_k; Y_k) = h(Y_k) - h(N_k) \\ &= \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e(P + \sigma^2)) - \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e\sigma^2) \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

สำหรับหน่วยวัดความจุช่องสัญญาณที่คำนวณได้ จะมีหน่วยเดียวกันกับเอนโทรปี นั่นคือ เป็นหน่วยที่แสดงถึงจำนวนบิตที่ต้องใช้แทนสัญลักษณ์หนึ่งสัญลักษณ์ หากสัญญาณที่ป้อนเข้าสู่ช่องสัญญาณมีความกว้างแถบความถี่เท่ากับ B สัญญาณจะต้องทำการชักตัวอย่างที่อัตราเร็วอย่างน้อย $2B$ ดังนั้นเราสามารถปรับหน่วยความจุช่องสัญญาณให้เป็นหน่วยบิตต่อวินาทีได้ โดยการคูณสมการ (2.64) ด้วย $2B$ ทั้งสองด้านจะได้ว่า

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right) \quad \text{บิตต่อวินาที} \quad (2.65)$$

เมื่อความกว้างแถบความถี่ที่ใช้มีค่าเท่ากับ B สัญญาณรบกวนเกาส์เซียนจะมีกำลังเท่ากับ $\sigma^2 = N_0 B$ ดังนั้น

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \quad \text{บิตต่อวินาที} \quad (2.66)$$

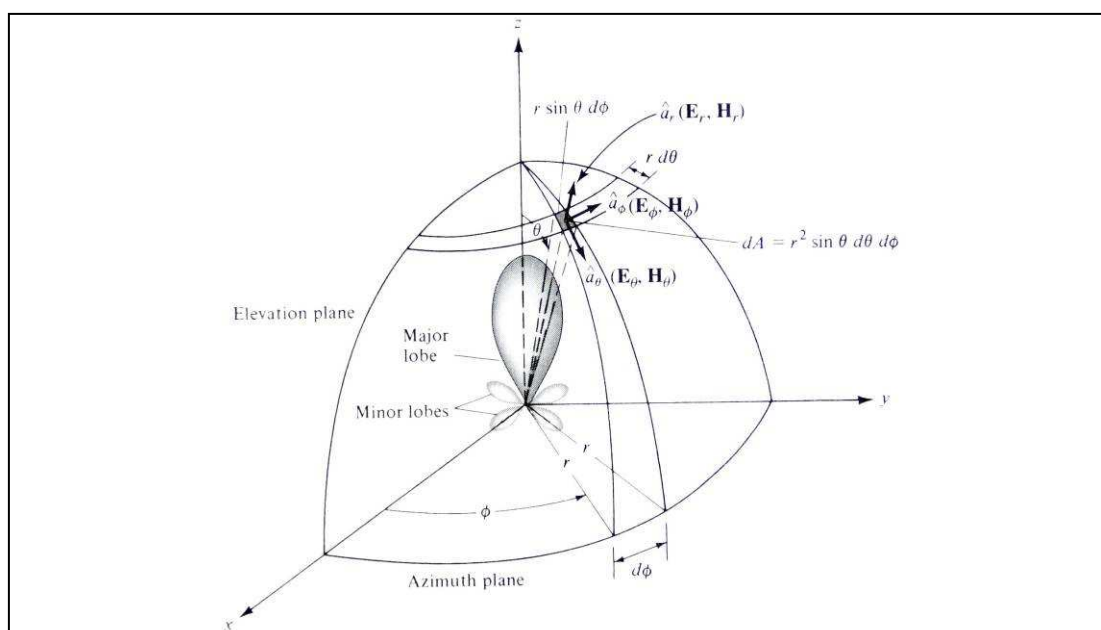
สมการความสัมพันธ์แสดงความจุของช่องสัญญาณที่ได้นี้ มีชื่อเรียกว่า ทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ (Shannon-Hartley theorem) ทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์นี้มีประโยชน์อย่างมากต่อระบบสื่อสาร เพราะทฤษฎีบทดังกล่าว ระบุให้เราทราบว่า เราสามารถส่งข่าวสารที่อัตราส่งเท่ากับ R_b ผ่านช่องสัญญาณโดยมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่ต่ำมากได้ ตราบที่ $R_b \leq C$ แต่ทั้งนี้ต้องมีการใช้กรรมวิธีการเข้ารหัสช่องสัญญาณที่ซับซ้อนมากพอ หรือกล่าวในทางกลับกันได้ว่า ถ้าเราส่งข่าวสารผ่านช่องสัญญาณ โดยที่ $R_b > C$ แล้ว เป็นไปไม่ได้ที่จะมีวิธีที่จะเข้ารหัสช่องสัญญาณใด ที่สามารถช่วยให้ส่งผ่านข่าวสารที่มีความผิดพลาดระดับต่ำมาก สังเกตว่าทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ กล่าวถึงเฉพาะขอบเขต หรือ ข้อจำกัดของอัตราการส่งข่าวสารเท่านั้น ไม่ได้กล่าวถึงค่าที่แน่นอน หรือขอบเขตความผิดพลาดของการส่งข่าวสารเลย

2.4 ทฤษฎีสายอากาศเบื้องต้น

ในการที่จะจำลองแบบแบบรูปการแผ่กำลังงานของสายอากาศ เราจำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับศัพท์ต่างๆ ที่ใช้ในทฤษฎีสายอากาศ ตลอดจนความหมายของศัพท์เหล่านั้นไว้ก่อน ดังนั้นในส่วนนี้จะเริ่มแนะนำศัพท์ต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานสำหรับการประยุกต์ใช้ในการศึกษาวิจัยต่อไป

2.4.1 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ (Radiation Pattern) คือ รูปภาพที่ใช้เพื่อแสดงคุณสมบัติการแผ่พลังงานของคลื่น ซึ่งเป็นฟังก์ชันของพิกัดสเปซ (Space Coordinates Function) ของค่าความแรงของสนาม (Field Strength) เฟส (Phase) หรือ โพลาไรเซชัน (Polarization) ซึ่งมีคุณสมบัติเหล่านี้ใช้เพื่อแสดงการแจกแจงรูปของพลังงานเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งสามมิติที่สังเกตที่มีรัศมีคงที่



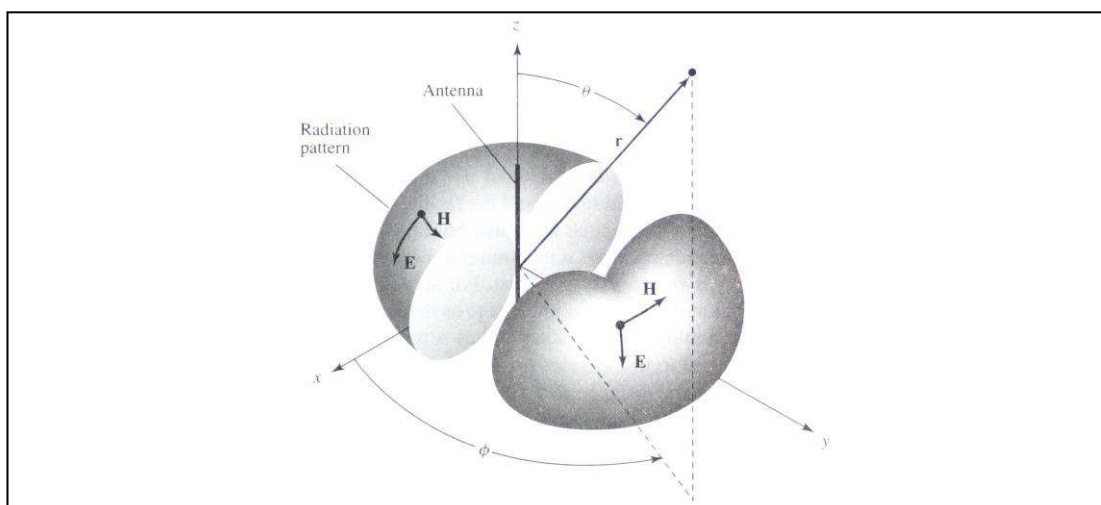
รูปที่ 2.3 ระบบพิกัดที่ใช้แสดงคุณสมบัติของการแผ่พลังงานของคลื่น

สำหรับการใช้เส้นเพื่อแสดงกำลังงานที่สายอากาศรับได้ตามแนวรัศมีที่มีค่าคงที่ มีชื่อเรียกว่า แบบรูปกำลังงาน (Power Pattern) ของสายอากาศ และ กราฟที่แสดงการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในทิศทางต่างๆ ที่มีรัศมีคงที่ มีชื่อเรียกว่า แบบรูปสนาม (Field Pattern) ของสายอากาศนั้น

2.4.2 แบบรูปสายอากาศ

ตัวแผ่พลังงานแบบไอโซทรอปิก (Isotropic Radiator) คือ สายอากาศที่ถูกสมมุติขึ้นโดยมีคุณสมบัติของการแผ่พลังงานของคลื่นเท่ากันในทุกทิศทาง ยกตัวอย่างเช่น แหล่งกำเนิดแบบจุด (Point Source) เป็นสายอากาศแบบหนึ่ง ที่ไม่สามารถสร้างจริงได้ แต่มักใช้เพื่อเป็นตัวเปรียบเทียบกับสายอากาศจริงเกี่ยวกับการแสดงคุณสมบัติ แสดงทิศทางของสายอากาศ

สายอากาศแบบมีทิศทาง (Directional Antenna) เป็นสายอากาศซึ่งมีคุณสมบัติของการส่ง หรือรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดีในเฉพาะทิศทางที่กำหนดเท่านั้น ตัวอย่างของสายอากาศที่มีคุณสมบัติดังกล่าวคือ สายอากาศแบบรอบทิศทางในระนาบเดียว (Omni-directional Antenna) คุณสมบัติของสายอากาศแบบนี้ มีดังแสดงในรูปที่ 2.4

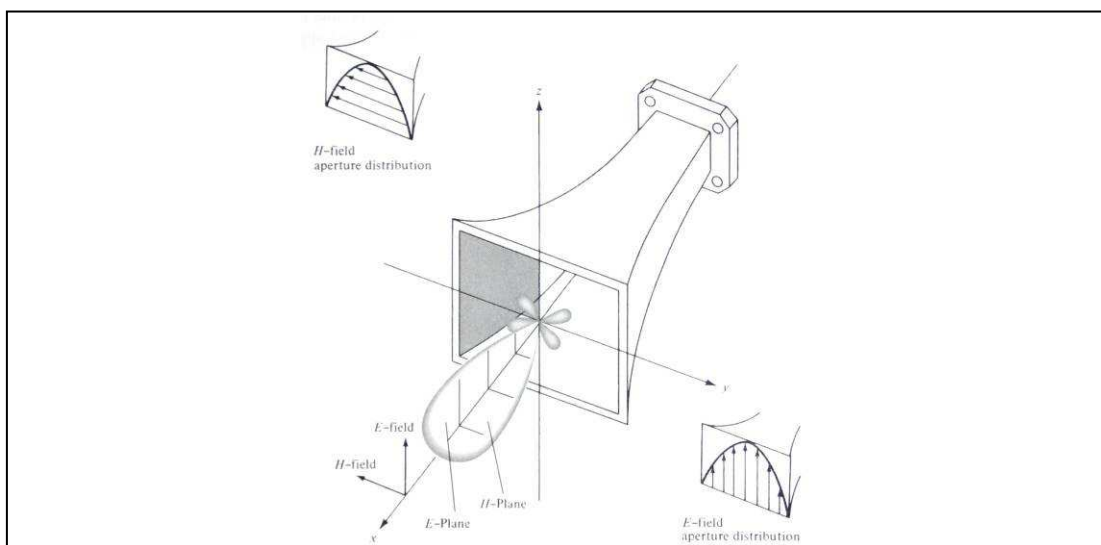


รูปที่ 2.4 แบบรูปของสายอากาศแบบรอบทิศทางในระนาบเดียว

จากรูปจะเห็นได้ว่าแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบนี้ ไม่มีทิศทางในระนาบแนวราบ (Azimuth Plane) [$f(\phi), \theta = \pi/2$] แต่เป็นแบบชี้ทิศทางในระนาบแนวตั้ง (Elevation Plane) [$\theta = 0, \phi = \text{ค่าคงที่}$] แบบรูปสายอากาศแบบรอบทิศทางในระนาบเดียวนี้ เป็นกรณีพิเศษของแบบรูปสายอากาศแบบมีทิศทาง

2.4.3 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก

เราจะอธิบายคุณสมบัติของสายอากาศในเทอมของแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก (Principal Pattern) ของสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก สำหรับสายอากาศโพลาไรเซชันแบบเชิงเส้น (Linearly Polarization) แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นในระนาบ E จะเป็นระนาบที่บรรจุเวกเตอร์สนามไฟฟ้า และ ทิศทางของการแผ่พลังงานของคลื่นที่แรงที่สุด ส่วนแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นในระนาบ H จะเป็นระนาบที่บรรจุเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก และ ทิศทางของการแผ่พลังงานของคลื่นที่แรงที่สุด ตัวอย่างการแสดงผลแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก มีดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดยมีระนาบ XZ (ระนาบแนวราบ ; $\theta = \pi/2$) เป็นระนาบ E หลัก



รูปที่ 2.5 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นหลัก ระนาบ E และ H ของสายอากาศปากแตร

2.4.4 พูของการแผ่พลังงาน

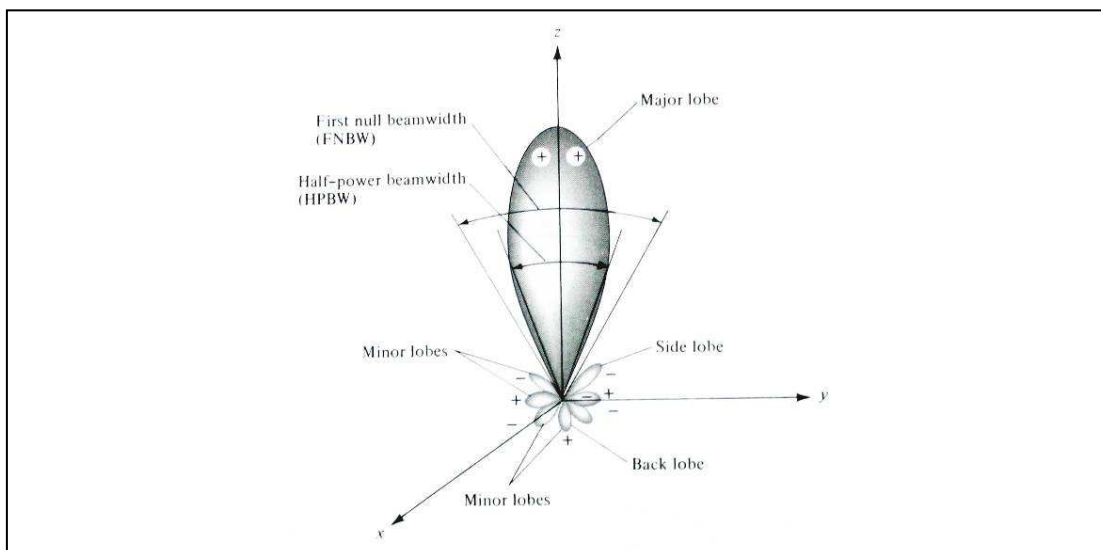
พูของการแผ่พลังงาน (Radiation Lobe) เป็นส่วนหนึ่งของการแผ่พลังงานของคลื่นที่เกิดขึ้นเป็นบริเวณ โดยการปิดล้อมของส่วนที่มีความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นต่ำ รูปที่ 2.6ก แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานแบบเชิงขั้ว (Polar Pattern) แบบสามมิติ ซึ่งแบ่งเป็นพูต่างๆดังนี้

พูหลัก (Major Lobe หรือ Main Lobe) เป็นพูของการแผ่พลังงานของคลื่นซึ่งอยู่ในทิศทางที่มีการแผ่พลังงานของคลื่นแรงที่สุด ตามรูปที่ 2.6ก มีพูหลักอยู่ในทิศทาง $\theta = 0$ สำหรับสายอากาศบางชนิด อาจมีพูหลักมากกว่า 1 พู เช่น สายอากาศแยกลำคลื่น (Beam Antenna)

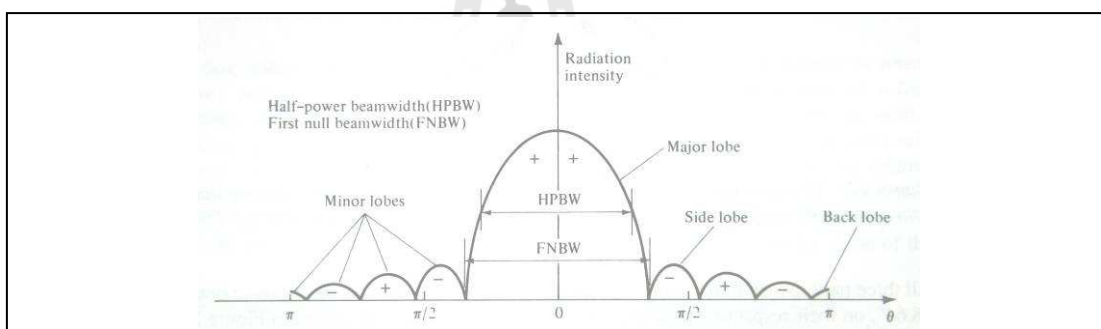
พูคลื่นเล็ก (Minor Lobe) ได้แก่พูอื่นๆนอกเหนือไปจากพูหลัก

พูข้าง (Side Lobe) เป็นพูคลื่นเล็กที่อยู่ติดกับพูหลัก และอยู่ในทิศทางบนครึ่งวงกลมซีกเดียวกับพูหลัก

พูหลัง (Back Lobe) เป็นพูคลื่นเล็กที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับพูหลัก ปกติแล้วพูคลื่นเล็กจะเกิดจากการแผ่พลังงานของคลื่นในทิศทางที่ไม่ต้องการ ดังนั้นสำหรับสายอากาศที่ดีจะต้องกำจัดพูเหล่านี้ให้น้อยที่สุด ระดับของพูคลื่นเล็ก มักแสดงเป็นอัตราส่วนของความหนาแน่นของพลังงานในพูที่กำลังคิดต่อความหนาแน่นของพลังงานในพูหลัก ซึ่งเรียกว่า อัตราส่วนของพูข้าง (Side Lobe Ratio) หรือ ระดับของพูข้าง (Side Lobe Level ; SLL) ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปนั้น มักจะต้องการให้ระดับของพูข้างน้อยกว่า -20 dB



ก) พูต่างๆ และ ความกว้างลำของแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศ



ข) แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นในแบบเชิงเส้น

รูปที่ 2.6 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศ

2.4.5 บริเวณต่างๆของสนามจากสายอากาศ

โดยทั่วไปมักจะแบ่งบริเวณที่ล้อมรอบสายอากาศออกเป็น 3 ส่วน คือ บริเวณสนามใกล้ชนิดรีแอคทีฟ (Reactive Near-field Region) บริเวณแผ่พลังงานสนามใกล้ (Radiating Near-field Region) และ บริเวณแผ่พลังงานสนามไกล (Far Field Region) ดังแสดงในรูปที่ 2.7

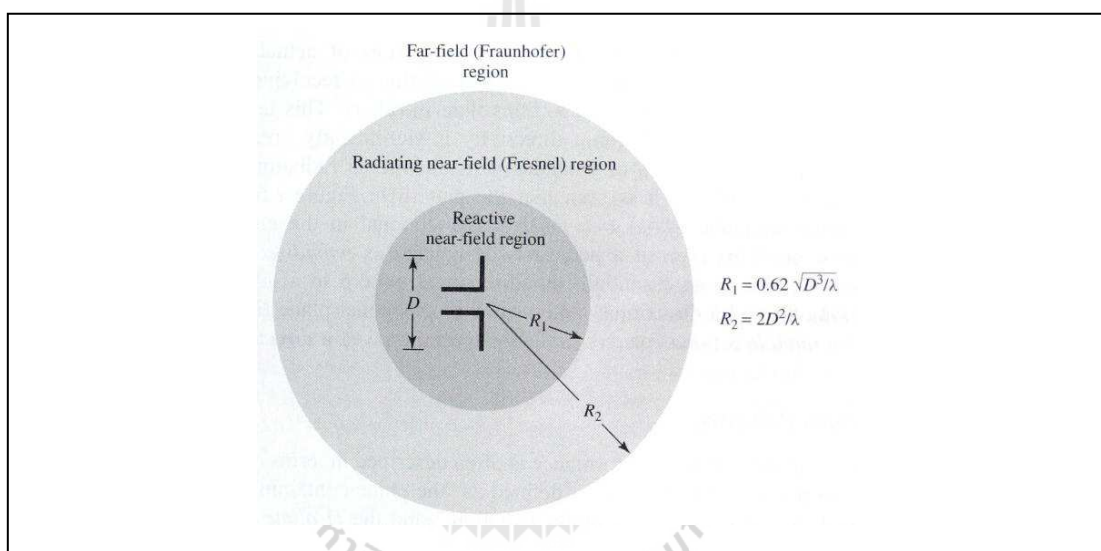
บริเวณสนามใกล้ชนิดรีแอคทีฟ เป็นบริเวณสนามที่ล้อมรอบใกล้สายอากาศมากที่สุด และมีสนามเป็นชนิดรีแอคทีฟเป็นส่วนใหญ่ บริเวณนี้จะมีระยะทาง $R < 0.62\sqrt{D^3/\lambda}$ จากผิวของสายอากาศ เมื่อ λ เป็นความยาวคลื่น และ D เป็นมิติที่ยาวที่สุดของสายอากาศ

บริเวณแผ่พลังงานสนามใกล้ เป็นบริเวณสนามของสายอากาศที่อยู่ระหว่างบริเวณสนามใกล้ชนิดรีแอคทีฟ กับบริเวณแผ่พลังงานสนามไกล โดยมีสนามที่กระจายอยู่เป็นส่วนใหญ่

และ การกระจายของสนามตามมุมต่างๆนั้น แปรผันตามระยะทางจากสายอากาศ เมื่อสายอากาศมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับความยาวคลื่น สนามในบริเวณนี้อาจไม่เกิดขึ้น ในบริเวณนี้จะมีระยะทาง $0.62\sqrt{D^3/\lambda} < R < 2D^2/\lambda$

บริเวณแผ่พลังงานสนามไกล เป็นบริเวณสนามของสายอากาศซึ่งการแผ่พลังงานของสนามของสายอากาศตามมุมต่างๆไม่ขึ้นกับระยะทางของสายอากาศ ถ้าสายอากาศมีมิติใหญ่สุดเท่ากับ D บริเวณแผ่พลังงานสนามไกล จะเกิดขึ้นที่ระยะทาง $R > 2D^2/\lambda$ จากสายอากาศ

ในบริเวณนี้ สนามจะมีลักษณะเป็น สนามตามขวาง (Transverse Field) และการแผ่พลังงานของสนามตามมุมต่างๆไม่ขึ้นกับระยะทาง โดยขอบในของบริเวณดังกล่าวมีค่า $R = 2D^2/\lambda$ และ ขอบนอกเป็นอนันต์



รูปที่ 2.7 การแบ่งบริเวณของสนามจากสายอากาศ

2.4.6 เรเดียนและสเตอเรเดียน

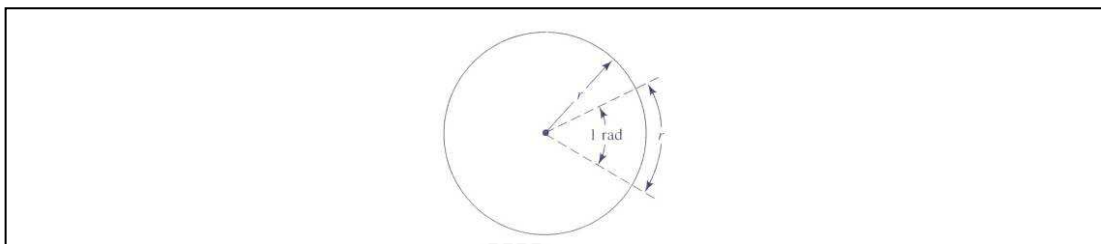
การวัดมุมบนระนาบจะมีหน่วยเป็นเรเดียน หนึ่งเรเดียนเป็นมุมบนระนาบ ซึ่งยอดของมันอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r และถูกปิดด้วยส่วนของเส้นรอบวง ซึ่งยาว r ดังแสดงในรูปที่ 2.8ก เนื่องจากเส้นรอบวงที่มีรัศมี r มีความยาว $C = 2\pi r$ ดังนั้นบนหนึ่งรอบของวงกลม จะมี 2π เรเดียน ($2\pi r/r$)

การวัดมุมตัน (Solid Angle) มีหน่วยเป็นสเตอเรเดียน (sr) หนึ่งสเตอเรเดียนเป็นมุมตัน ที่มียอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r ดังแสดงในรูปที่ 2.8ข เนื่องจากพื้นที่ผิวของทรงกลมรัศมี r มีค่าเท่ากับ $4\pi r^2$ ดังนั้นตลอดทรงกลมจะมี 4π สเตอเรเดียน ($4\pi r^2/r^2$) ตามรูปที่ 2.8ข พื้นที่ขนาดจิ๋ว dA บนผิวของทรงกลมรัศมี r จะคำนวณได้เป็น

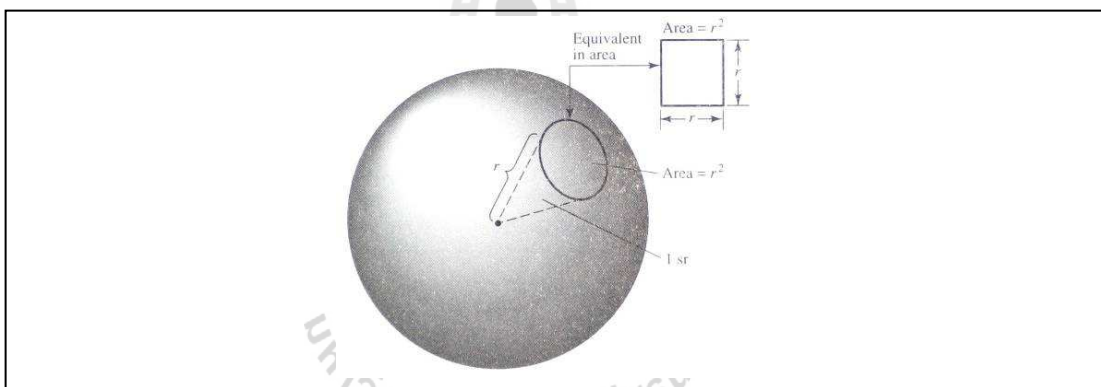
$$dA = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{m}^2) \quad (2.67)$$

ดังนั้นองค์ประกอบของมุมตัน $d\Omega$ ของทรงกลมเขียนได้เป็น

$$d\Omega = dA / r^2 = \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{sr}) \quad (2.68)$$



ก) เรเดียน



ข) สเตอเรเดียน

รูปที่ 2.8 แสดงคำจำกัดความของเรเดียน และ สเตอเรเดียน

2.4.7 ความกว้างลำครึ่งกำลัง

ความกว้างลำครึ่งกำลัง (Half – Power Beamwidth: HPBW) เป็นมุมที่วัดระหว่างจุดที่มีความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นในพหุหลัก มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุด 2 จุด ดังแสดงในรูปที่ 2.6 เพื่อความสะดวกต่อไปจะใช้คำย่อ HPBW แทน

2.4.8 ความหนาแน่นของการแผ่กำลังงานของคลื่น

เนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ในการส่งข่าวสารผ่านตัวกลาง ถูกกำหนดให้มีความสัมพันธ์กับพลังงานและกำลังงานไฟฟ้า โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวได้แก่ พอยติงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลา (Instantaneous Vector) ซึ่งมีสมการแสดงความสัมพันธ์ดังนี้ คือ

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} \quad (2.69)$$

เมื่อ \mathcal{W} = พอยดิงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลานั้น (W/m^2)

\mathcal{E} = ความเข้มสนามไฟฟ้าชั่วขณะเวลานั้น (V/m)

\mathcal{H} = ความเข้มสนามแม่เหล็กชั่วขณะเวลานั้น (A/m)

เนื่องจากพอยดิงเวกเตอร์ มีความหมายแสดงถึงความหนาแน่นของกำลังงาน ดังนั้น กำลังงานทั้งหมดที่พุ่งตัดผ่านพื้นผิวปิดจะสามารถหาได้ โดยอินทิเกรตส่วนของพอยดิงเวกเตอร์ ที่ตั้งฉากกับผิวทั้งหมด

$$\mathcal{P} = \oint_S \mathcal{W} \cdot d\mathbf{s} = \oint_S \mathcal{W} \cdot \hat{n} da \quad (2.70)$$

เมื่อ \mathcal{P} = กำลังงานทั้งหมดซึ่งขณะเวลานั้น (W)

da = พื้นที่ส่วนย่อยๆ บนพื้นที่ปิด (m^2)

ในกรณีของสนามที่แปรผันกับเวลา มักจะหาค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นของกำลังงานได้โดยการอินทิเกรตค่าพอยดิงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลานั้น ตลอด 1 คาบ แล้วหารด้วยคาบเวลานั้น สำหรับสนามที่แปรผันกับเวลา ซึ่งกระจายเป็นฮาร์โมนิก ในรูป $e^{j\omega t}$ เมื่อกำหนดสนาม \bar{E} และ \bar{H} เป็นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเชิงซ้อนแล้ว จะหาความสัมพันธ์กับค่า \mathcal{E} และ \mathcal{H} ชั่วขณะเวลาใดๆได้จาก

$$\mathcal{E}(x, y, z; t) = \text{Re}[\bar{E}(x, y, z)e^{j\omega t}] \quad (2.71)$$

$$\mathcal{H}(x, y, z; t) = \text{Re}[\bar{H}(x, y, z)e^{j\omega t}] \quad (2.72)$$

จาก (2.71), (2.72) และโดยอาศัย $\text{Re}[\bar{E}(x, y, z)e^{j\omega t}] = 1/2 [\bar{E}e^{j\omega t} + \bar{E}^*e^{-j\omega t}]$ สมการ (2.69) จะสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*] + \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}e^{j2\omega t}] \quad (2.73)$$

เทอมแรกของ (2.73) ไม่เป็นฟังก์ชันของเวลา และ เทอมที่สองมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเป็นสองเท่าของความถี่ที่กำหนดให้ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของพอยดิงเวกเตอร์จึงสามารถที่จะหาได้เป็น

$$\mathcal{W}_{\text{av}}(x, y, z) = [\mathcal{W}(x, y, z; t)]_{\text{av}} = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*] \quad (2.74)$$

ตัวประกอบ $1/2$ ใน (2.73) และ (2.74) เกิดขึ้น เพราะสนาม \bar{E} และ \bar{H} เป็นค่าสูงสุด ไม่ใช่ค่า RMS จาก (2.74) กำลังงานเฉลี่ยที่แผ่จากสายอากาศ จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} P_{\text{rad}} = P_{\text{av}} &= \oint_S \mathbf{W}_{\text{rad}} \cdot d\mathbf{s} = \oint_S \mathbf{W}_{\text{rad}} \cdot \hat{n} da \\ &= \frac{1}{2} \oint_S \text{Re}(\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (2.75)$$

2.4.9 ความเข้มของการแผ่พลังงาน

คำจำกัดความของค่าความเข้มของการแผ่พลังงาน (Radiation Intensity) ในทิศทางที่กำหนดให้ คือ กำลังงานที่แผ่ออกจากสายอากาศต่อหน่วยมุมตัน ความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแสดงคุณสมบัติของสายอากาศ เกี่ยวกับบริเวณแผ่พลังงานสนามไกล ความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่น สามารถหาได้จากผลคูณของความหนาแน่นของการแผ่พลังงานของคลื่น และผลจากการกำลังสองของระยะทาง ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้

$$U = r^2 W_{\text{rad}} \quad (2.76)$$

เมื่อ U = ความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่น (W / หน่วยมุมตัน)

W_{rad} = ความหนาแน่นของการแผ่พลังงานของคลื่น (W/m²)

ความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่น ถ้าจะเขียนแสดงความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกลได้ คือ

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= \frac{r^2}{2\eta} |\bar{\mathbf{E}}(r, \theta, \phi)|^2 \\ &\simeq \frac{r^2}{2\eta} \left[|E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right] \\ &\simeq \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta^\circ(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^\circ(\theta, \phi)|^2 \right] \end{aligned} \quad (2.77)$$

เมื่อ $\bar{\mathbf{E}}(r, \theta, \phi)$ = ความเข้มของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

E_θ, E_ϕ = ส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

η = อินทรีนซิกอิมพีแดนซ์ (intrinsic impedance) ของตัวกลาง

ดังนั้นแบบรูปของกำลังงานก็ใช้เพื่อแสดง ถึงความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่น ได้เช่นกัน กำลังงานทั้งหมดนี้หาได้โดย อินทิเกรตความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น ตาม สมการ (2.77) ตลอดมุมตันทั้งหมด ซึ่งจะได้

$$P_{rad} = \oint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.78)$$

ในกรณีของแหล่งกำเนิดแบบจุด U จะไม่ขึ้นอยู่กับการมุม θ และ ϕ ดังนั้น

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \oint_{\Omega} U_0 d\Omega \\ &= U_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} d\theta d\phi \\ &= 4\pi U_0 \end{aligned} \quad (2.79)$$

เมื่อหาความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นของแหล่งกำเนิดแบบจุด

$$U = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (2.80)$$

2.4.10 สภาพเจาะจงทิศทาง

เพื่อที่จะเข้าใจถึงคำว่าสภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity) เราจำเป็นต้องรู้จัก ไดเรกทิฟเกน (Directive Gain) ก่อน ไดเรกทิฟเกนในทิศทางที่กำหนด คืออัตราส่วนของความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นในทิศทางนั้นต่อความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นของ สายอากาศ ซึ่งใช้สำหรับอ้างอิง ซึ่งปกติสายอากาศสำหรับใช้อ้างอิงนี้ จะใช้แหล่งกำเนิดแบบจุด ชนิดไอโซทรอปิก(Isotropic Point Source)

สภาพเจาะจงทิศทาง คือค่าของไดเรกทิฟเกน ในทิศทางที่มีค่ามากที่สุด หรือกล่าว ง่ายๆ ว่าสภาพเจาะจงทิศทางของคลื่นกำเนิด (สายอากาศ) ที่ไม่เป็นแบบไอโซทรอปิก คือ อัตราส่วนของความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นที่มากที่สุด ต่อความเข้มข้นของการแพร่กระจายของ แหล่งกำเนิดแบบจุดชนิดไอโซทรอปิก เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$D_g = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{rad}} \quad (2.81)$$

$$D_{max} = D_0 = \frac{U|_{max}}{U_0} = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (2.82)$$

D_g = ไคเรคทีฟเกน (ไม่มีหน่วย)

D_0 = สภาพเจาะจงทิศทาง (ไม่มีหน่วย)

U = ความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น (W/หน่วยมุมตัน)

U_{\max} = ค่าสูงสุดของความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น (W/หน่วยมุมตัน)

U_0 = ความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นของแหล่งกำเนิดแบบจุดชนิดไอโซทรอปิก (W/หน่วยมุมตัน)

P_{rad} = กำลังงานที่แผ่กระจายทั้งหมด (W)

จาก (2.81) และ (2.82) เราจะทราบว่า ไคเรคทีฟเกนและสภาพเจาะจงทิศทางของแหล่งกำเนิดแบบจุดชนิดไอโซทรอปิกมีค่าเป็นหนึ่ง ทั้งนี้เพราะ U , U_{\max} และ U_0 ต่างมีค่าเท่ากัน

สภาพเจาะจงทิศทางของแหล่งกำเนิดแบบจุดชนิดไอโซทรอปิก ค่าเท่ากับหนึ่ง เพราะว่ามันแผ่กำลังงานออกไปในทุกทิศทางด้วยค่าที่เท่ากัน แต่สำหรับต้นกำเนิด (สายอากาศ) แบบอื่นๆ นั้นย่อมมีสภาพเจาะจงทิศทางมากกว่าหนึ่งเสมอ

ข้อสรุปอีกอย่างหนึ่งในที่นี้ก็คือ ค่าของไคเรคทีฟเกนจะมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์และน้อยกว่าหรือเท่ากับสภาพเจาะจงทิศทาง ($0 \leq D_g \leq D_0$)

โดยทั่วไปสมการของไคเรคทีฟเกนและสภาพเจาะจงทิศทาง อาจจะเป็นฟังก์ชันของมุม θ และ ϕ ด้วย (ที่แล้วมาแสดงเฉพาะฟังก์ชันของมุม θ เท่านั้น)

ต่อไปลองสมมุติให้ความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นอยู่ในลักษณะดังต่อไปนี้คือ

$$U = B_0 F(\theta, \phi) \approx \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2 \right] \quad (2.83)$$

เมื่อ B_0 เป็นค่าคงที่ E_θ และ E_ϕ เป็นส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่ระยะไกล ค่าสูงสุดของสมการที่ (2.83) หาได้คือ

$$U_{\max} = B_0 F(\theta, \phi)|_{\max} = B_0 F(\theta, \phi)_{\max} \quad (2.84)$$

กำลังที่แผ่ทั้งหมดได้จาก

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= \oint_{\Omega} U d\Omega \\
&= B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi
\end{aligned} \tag{2.85}$$

ดังนั้นจะได้สูตรทั่วไปของไดเรกทิฟเกนและสภาพเจาะจงทิศทางเป็นดังนี้ คือ

$$D_g(\theta, \phi) = \frac{4\pi F(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi} \tag{2.86}$$

$$D_0(\theta, \phi) = \frac{4\pi F(\theta, \phi)|_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi} \tag{2.87}$$

หรือเขียน (2.87) ใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned}
D_0(\theta, \phi) &= \frac{4\pi}{\left(\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi}{F(\theta, \phi)|_{\max}} \right)} \\
&= \frac{4\pi}{\Omega_A}
\end{aligned} \tag{2.88}$$

เมื่อ Ω_A เป็นมุมตันของลำคลื่น (Beam) ซึ่งหาได้จาก

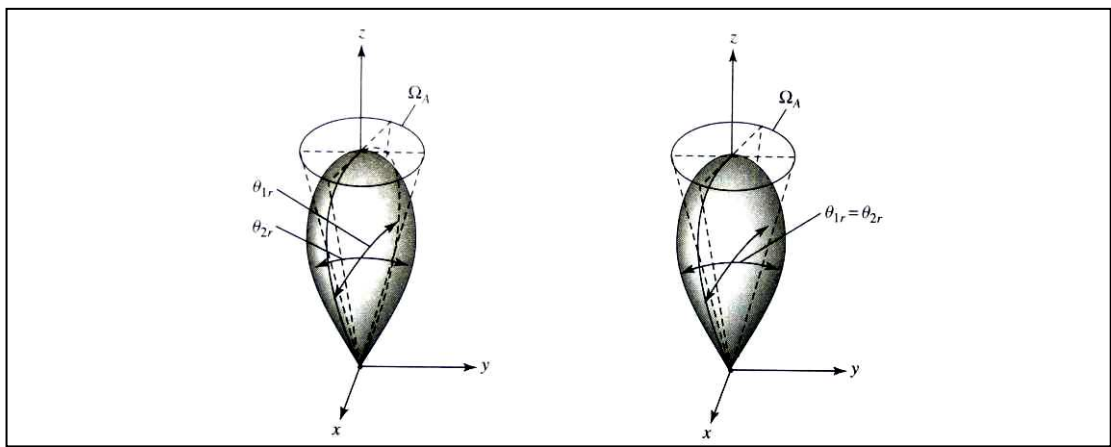
$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta, \phi)|_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi \tag{2.89}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F_n(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi \\
F_n(\theta, \phi) &= \frac{F(\theta, \phi)}{F(\theta, \phi)|_{\max}}
\end{aligned} \tag{2.90}$$

$F(\theta, \phi)|_{\max}$ นำมาหารในสมการ (2.90) เพื่อทำให้เป็นบรรทัดฐาน (Normalize) ความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น $F(\theta, \phi)$ ให้มีค่าสูงสุดเป็นหนึ่ง

มุมตันของลำคลื่น Ω_A มีคำจำกัดความว่า คือ มุมตันซึ่งกำลังงานทั้งหมดของสายอากาศจะไหลผ่านเมื่อความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นมีค่าคงที่ (และมีค่าเท่ากับค่าสูงสุดของ U) ที่ทุกมุมภายใน Ω_A

สายอากาศซึ่งมีพู่หลักแคบๆ เพียงพู่เดียว และมีพู่คลื่นเล็กที่มีขนาดเล็กจนสามารถตัดทิ้งได้ มุมตันของลำคลื่นจะมีค่าประมาณเท่ากับผลคูณของ HPBW ในสองระนาบ ซึ่งตั้งฉาก ดังแสดงในรูปที่ 2.9ก สำหรับแบบรูปของสายอากาศที่หมุนแล้วสมมาตรกันโดยรอบ HPBW ในระนาบใดๆ จะเท่ากัน ดังแสดงในรูปที่ 2.9ข



ก) แบบรูปการแผ่พลังงานแบบไม่สมมาตร ข) แบบรูปการแผ่พลังงานแบบสมมาตร
รูปที่ 2.9 มุมตันของลำคลื่นซึ่งแบบรูปของการแผ่พลังงานของคลื่นที่ไม่สมมาตรและสมมาตร

โดยอาศัยการประมาณนี้ สมการที่ (2.88) จะเขียนได้ใหม่เป็นดังต่อไปนี้

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} \quad (2.91)$$

มุมตันของลำคลื่น Ω_A ประมาณได้จาก

$$\Omega_A = \Theta_{1r}\Theta_{2r} \quad (2.92)$$

เมื่อรู้ความกว้างลำเป็นองศา สมการที่ (2.91) จะดัดแปลงให้เหมาะสมที่จะแทนค่าความกว้างลำนั้น โดยตรงได้เป็น

$$D_0 \simeq \frac{4\pi \left(\frac{180}{\pi}\right)^2}{\Theta_{1r} \Theta_{2r}} = \frac{41253}{\Theta_{1r} \Theta_{2r}} \quad (2.93)$$

สำหรับแถวลำดับระนาบ (Planar Array) จะประมาณสมการ (2.23) ได้เป็นดังนี้ คือ

$$D_0 \simeq \frac{32400}{\Omega_A^2} = \frac{41253}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} \quad (2.94)$$

สมการที่ (2.93) และ (2.94) จะใช้ได้ผลดี เมื่อแบบรูปการแผ่พลังงานมีเพียงพหุหลักๆ เดียว และพหุคลื่นเล็กจะต้องมีขนาดเล็กมากๆ เท่านั้น สำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานซึ่งมีสองพหุหลักที่เหมือนกันค่าของสภาพเจาะจงทิศทางที่หาจากสมการที่ (2.91) หรือ (2.92) โดยที่ตัวพหุคลื่นเล็กที่มีระดับสูง การหาสภาพเจาะจงทิศทางโดยใช้สมการที่ (2.91) หรือ (2.92) ซึ่งตัดพหุคลื่นเล็กทิ้ง จะมีค่าสูงเกินความจริง

โดยปกติเรามักจะแสดงไดเรกทิฟเนสและสภาพเจาะจงทิศทางเป็นเดซิเบล (dB)

$$D_g (dB) = 10 \log_{10} [D_g] \quad (2.95)$$

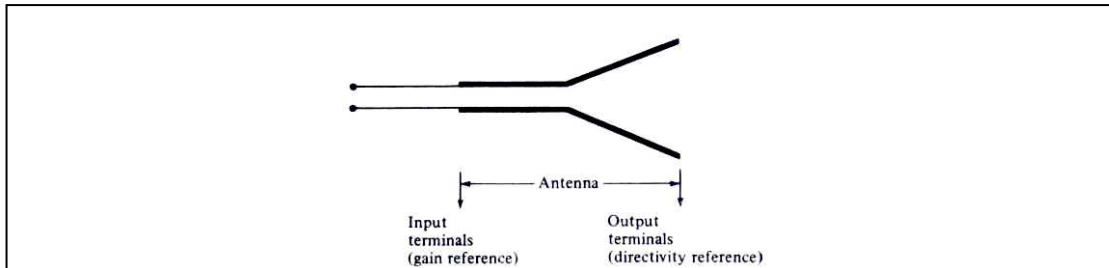
$$D_0 (dB) = 10 \log_{10} [D_0] \quad (2.96)$$

2.4.11 อัตราขยายของสายอากาศ

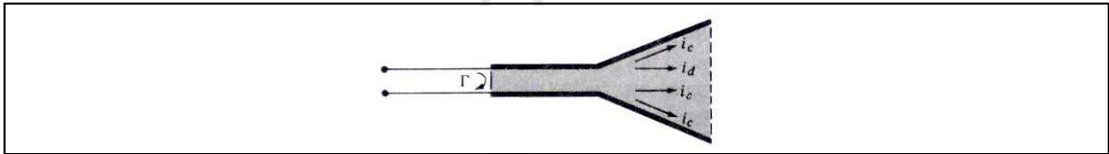
สิ่งที่แสดงคุณสมบัติของสายอากาศอีกอย่างหนึ่งก็คือ อัตราขยาย (Gain) ของสายอากาศ อัตราขยายเป็นความสัมพันธ์ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทาง โดยรวมประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วย ในขณะที่สภาพเจาะจงทิศทาง อธิบายคุณสมบัติ ในการชี้ทิศทางของสายอากาศเท่านั้น

อัตราขยายกำลังงาน (Power Gain) ของสายอากาศ ในทิศทางที่กำหนดให้นั้น มีค่าเท่ากับ 4π คูณกับอัตราส่วนของความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น ในทิศทางนั้น ต่อกำลังงานสุทธิที่สายอากาศ ที่รับจากข้อต่อของเครื่องส่ง เมื่อไม่ได้กำหนดทิศทางไว้โดยเฉพาะ โดยทั่วไปแล้ว เราจะคิดอัตราขยายกำลังงานในทิศทางที่มีการแผ่พลังงานของคลื่นแรงที่สุด ดังนั้น อัตราขยายจะเท่ากับ 4π คูณความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่น หากด้วยกำลังงานทั้งหมด ที่ป้อนให้สายอากาศ เขียนได้เป็น

$$G_g = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in}} \quad (2.97)$$



ก) ขั้วอ้างอิงของสายอากาศ



ข) การสูญเสียจากการสะท้อนตัวนำ และไดอิเล็กตริก

รูปที่ 2.10 ขั้วอ้างอิง และการสูญเสียของสายอากาศ

โดยทั่วไปแล้วเรามักจะพูดถึงอัตราขยายสัมพัทธ์ ซึ่งเป็นอัตราส่วนของอัตราขยายกำลังงานในทิศทางที่กำหนดให้ต่อกำลังงานของสายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบในทิศทางนั้น เมื่อกำลังงานที่ป้อนเข้าสายอากาศทั้งสองนั้น ต้องเท่ากัน สายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบ อาจเป็น สายอากาศไดโพล สายอากาศปากแตร หรือสายอากาศอื่นๆ ซึ่งคำนวณอัตราขยายได้ง่าย หรือรู้ค่าอยู่แล้ว แต่อย่างไรก็ตามโดยส่วนใหญ่สายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบจะเป็นแหล่งกำเนิดแบบจุดชนิดไอโซทรอปิกที่ไม่มีการสูญเสีย ดังนั้น

$$G_g = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in} \text{ (Lossless Isotropic Source)}} \quad (2.98)$$

จากรูปที่ 2.10ก เราสามารถเขียนได้ว่า กำลังงานที่แพร่กระจายทั้งหมด (P_{rad}) สัมพันธ์กับกำลังงานที่ป้อนให้สายอากาศ (P_{in}) ด้วย

$$P_{rad} = e_{cd} P_{in} \quad (2.99)$$

เมื่อ e_{cd} เป็นประสิทธิภาพรวมของสายอากาศ (ไม่มีหน่วย) ใช้สมการ (2.99) จะทำให้สมการ (2.98) มีความสัมพันธ์ง่ายเข้าเป็น

$$G_g(\theta, \phi) = e_{cd} \left[\frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \right] \quad (2.100)$$

(2.34)

ซึ่งสัมพันธ์กับไดเรกทิฟเนสในสมการ (2.20)

$$G_g(\theta, \phi) = e_{cd} D_g(\theta, \phi) \quad (2.101)$$

ในทำนองเดียวกัน ค่าสูงสุดของอัตราขยายจะสัมพันธ์กับสภาพเจาะจงทิศทาง โดย

$$\begin{aligned} G_0 &= G_g(\theta, \phi) \Big|_{\max} \\ &= e_{cd} D_g(\theta, \phi) \Big|_{\max} \\ &= e_{cd} D_0 \end{aligned} \quad (2.102)$$

ดังนั้นค่าประมาณของอัตราขยายจะมีค่าเป็น

$$G_0 \approx \frac{30000}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} \quad (2.103)$$

ในทางปฏิบัติเมื่อกล่าวถึงอัตราขยายมักจะหมายถึง อัตราขยายกำลังงานที่มีค่าสูงสุด ดังแสดงในสมการ (2.102)

$$G_0(dB) = 10 \log_{10} [e_{cd} D_0] \quad (2.104)$$

2.4.12 ประสิทธิภาพของสายอากาศ

ประสิทธิภาพของสายอากาศ e_r จะใช้เมื่อเรากำลังพิจารณาการสูญเสียต่างๆ ที่ขั้วและภายในโครงสร้างของสายอากาศด้วย การสูญเสียต่างๆ เมื่ออ้างอิงตามรูป 2.10 ขอาจเนื่องมาจาก

1. การสะท้อนกลับเนื่องจากการไม่แมตช์ (Mismatch) กันระหว่างสายส่ง (Transmission Line) กับสายอากาศ

2. การสูญเสียทั้งในตัวนำและฉนวน (I^2R)

โดยทั่วไปแล้วประสิทธิภาพทั้งหมด คำนวณได้จาก

$$e_t = e_r e_c e_d \quad (2.105)$$

เมื่อ e_t = ประสิทธิภาพทั้งหมด (ไม่มีหน่วย)

e_r = ประสิทธิภาพเกี่ยวกับการสะท้อนกลับ $= (1 - |\Gamma|^2)$ (ไม่มีหน่วย)

e_c = ประสิทธิภาพของตัวนำ (ไม่มีหน่วย)

e_d = ประสิทธิภาพของฉนวน (ไม่มีหน่วย)

Γ = สัมประสิทธิ์การสะท้อนของแรงดันที่ขั้วสายอากาศ $\Gamma = (Z_{in} - Z_0) / (Z_{in} + Z_0)$

เมื่อ Z_{in} = อิมพีแดนซ์ด้านเข้า ของสายอากาศ, Z_0 = อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic Impedance) ของสายส่ง

ปกติ e_c และ e_d คำนวณหาได้ลำบาก ส่วนมากมักหาได้จากการทดลอง แต่ถึงกระนั้นก็แยก e_c จาก e_d ไม่ออก ดังนั้นเพื่อความสะดวกมักเขียน (2.39) ใหม่เป็น

$$e_t = e_r e_{cd} = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2.106)$$

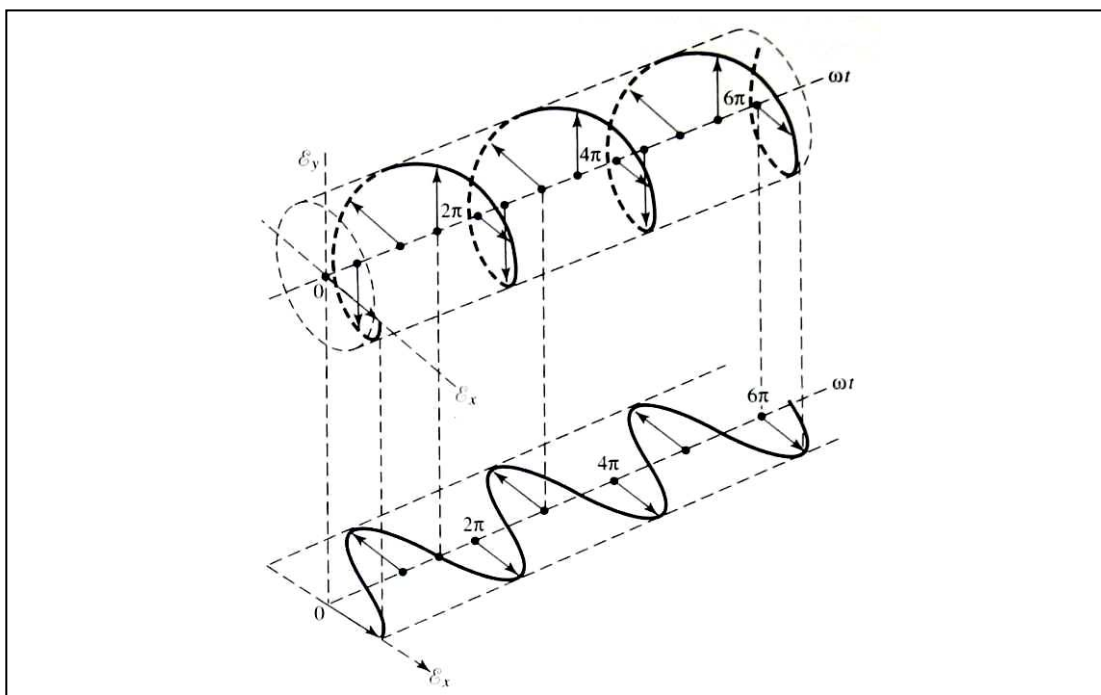
เมื่อ $e_{cd} = e_c e_d$ = ประสิทธิภาพในการแผ่พลังงานของคลื่นของสายอากาศ

2.4.13 ประสิทธิภาพของลำคลื่น

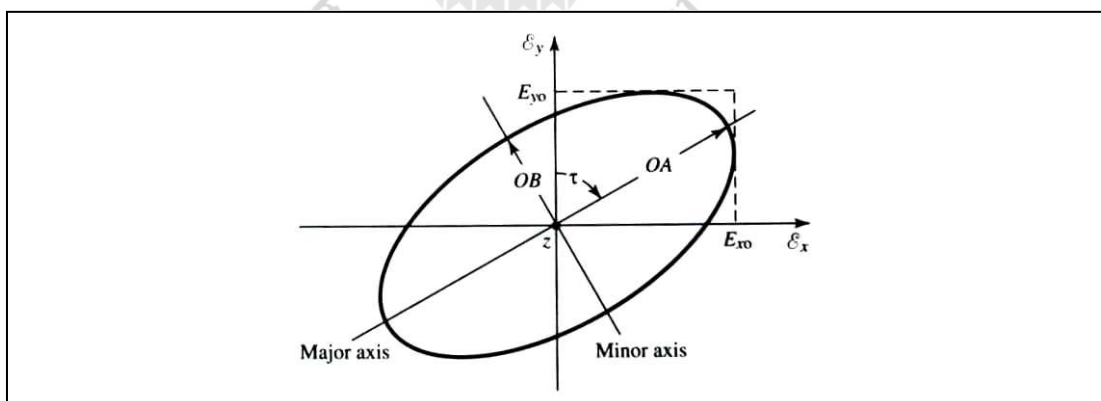
พารามิเตอร์อีกตัวหนึ่ง ที่ใช้ในการตัดสินใจว่า สายอากาศมีคุณภาพของการส่งหรือรับ คลื่น ดีเพียงใดนั้น ได้แก่ ประสิทธิภาพของลำคลื่น (Beam Efficiency: BE) สำหรับสายอากาศซึ่งมีพู่หลักอยู่ในทิศทางแกน z ($\theta = 0$) ประสิทธิภาพของลำคลื่นจะกำหนดได้ดังนี้ คือ กำลังที่ส่ง (หรือรับ) ภายในกรวยซึ่งทำมุม θ_1 หารด้วย กำลังงานที่ส่ง (หรือรับ) ทั้งหมดด้วยสายอากาศนั้น เมื่อ θ_1 เป็นมุมที่มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของมุมกรวย ที่เราต้องการจะหาเปอร์เซ็นต์ของกำลังงานทั้งหมดในนั้น ดังนั้นจะเขียนประสิทธิภาพของลำคลื่น ได้ดังนี้

$$BE = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin^2 \theta d\theta d\phi} \quad (2.107)$$

เมื่อให้ θ_1 เป็นมุมที่เกิดมีศูนย์ (Null) คือ จุดตำแหน่งที่ค่าเป็นศูนย์เป็นคู่แรก ดังนั้นประสิทธิภาพของลำคลื่น จะเป็นปริมาณที่แสดงถึงอัตราส่วนของจำนวนกำลังงานในพหุหลัก ต่อกำลังงานที่มีทั้งหมด



ก) การหมุนของคลื่น



ข) วงรีโพลาริเซชัน

รูป 2.11 ลักษณะของโพลาริเซชัน

2.4.14 โพลาริเซชัน

ก่อนจะกล่าวถึงความหมายของโพลาริเซชัน (Polarization) ของสายอากาศจะกล่าวถึงความหมายของโพลาริเซชันของคลื่นเสียก่อน โพลาริเซชันของคลื่นนั้น เป็นรูปแสดงคุณสมบัติของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกไป โดยอธิบายทิศทางและขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เวลาต่างๆ ณ ตำแหน่งที่ทำการสังเกตซึ่งคงที่ และการสังเกตนี้จะทำโดยมองตามหลังคลื่นที่เดินทางไป ดูรูปที่ 2.11 ประกอบ

สำหรับโพลาริเซชันของสายอากาศในทิศทางหนึ่งทิศทางใด จะเป็นโพลาริเซชันของคลื่นที่แผ่กระจายออกจากสายอากาศนั้น (เมื่อเป็นสายอากาศส่ง) หรือเป็นโพลาริเซชันของคลื่นที่มาตกกระทบสายอากาศนั้น จากทิศทางที่กำหนดให้ ซึ่งเมื่อสายอากาศรับคลื่นแล้ว จะมีกำลังงานที่ขั้วของสายอากาศมากที่สุด ถ้าไม่ได้กำหนดทิศทางมาให้ จะหมายถึงทิศทางที่สายอากาศมีอัตราขยายมากที่สุด ดังนั้นโพลาริเซชันของสายอากาศในทิศทางที่ต่างกัน จะแตกต่างกัน

การแบ่งชนิดของโพลาริเซชันอาจแบ่งเป็น โพลาริเซชันแบบเส้นตรง (Linearly Polarization) โพลาริเซชันแบบวงกลม (Circularly Polarization) และโพลาริเซชันแบบวงรี (Elliptically Polarization) ขึ้นอยู่กับลักษณะการหมุนของยอดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้า ถ้าเวกเตอร์ที่แสดงสนามไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา ณ จุดใดๆ ในที่ว่างซึ่งเป็นเส้นตรงเสมอ จะเรียกว่าเป็นโพลาริเซชันแบบเส้นตรง แต่ถ้าสนามไฟฟ้ามีการหมุนรูปวงรี จะเรียกสนามแบบนี้ว่า เป็นโพลาริเซชันแบบวงรี ทั้งโพลาริเซชันแบบเส้นตรง และ โพลาริเซชันแบบวงกลม ต่างก็เป็นกรณีพิเศษของโพลาริเซชันแบบวงรี

ถ้าสนามไฟฟ้าหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา (คือ เมื่อมองตามหลังคลื่นแล้ว จะเห็นมีการหมุนตามเข็มนาฬิกา) จะเรียกว่าเป็นโพลาริเซชันเวียนขวา ในขณะที่หากสนามไฟฟ้าหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จะเป็นโพลาริเซชันเวียนซ้าย

โพลาริเซชันแบบเส้นตรง, โพลาริเซชันแบบวงกลม, โพลาริเซชันแบบวงรี จะเขียนสนามชั่วขณะเวลานั้นของคลื่นระนาบ ที่เดินทางในทิศทาง $-Z$ ได้ว่า

$$\mathcal{E}(z;t) = \bar{a}_x \mathcal{E}_x(z;t) + \bar{a}_y \mathcal{E}_y(z;t) \quad (2.108)$$

จากสมการ (2.108) ส่วนประกอบของสนามชั่วเวลาขณะนั้น สัมพันธ์กับค่าเชิงซ้อนของสนามนั้น ดังนี้

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x(z;t) &= \text{Re}[E_x^- e^{j(\omega t + kz)}] = \text{Re}[E_{x0} e^{j(\omega t + kz + \phi_x)}] \\ &= E_{x0} \cos(\omega t + kz + \phi_x) \end{aligned} \quad (2.109)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_y(z;t) &= \text{Re}[E_y^- e^{j(\omega t + kz)}] = \text{Re}[E_{y0} e^{j(\omega t + kz + \phi_y)}] \\ &= E_{y0} \cos(\omega t + kz + \phi_y)\end{aligned}\quad (2.110)$$

เมื่อ E_{x0} และ E_{y0} เป็นขนาดของสนามค่าสูงสุด ในทิศทาง x และ y ตามลำดับ

ก. โพลาริเซชันแบบเส้นตรง

คลื่นซึ่งเป็นโพลาริเซชันแบบเส้นตรง ความต่างเฟสระหว่างส่วนประกอบทั้งสองของสนาม จะมีค่าดังนี้

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.111)$$

ข. โพลาริเซชันแบบวงกลม

จะเกิดโพลาริเซชันแบบวงกลมได้ก็ต่อเมื่อขนาดของส่วนประกอบของสนามทั้งสองมีค่าเท่ากัน และความต่างเฟส ระหว่างส่วนประกอบทั้งสอง เป็นจำนวนเท่าที่เป็นเลขคี่ของ $\pi/2$ นั่นคือ

$$|\mathcal{E}_x| = |\mathcal{E}_y| \Rightarrow E_{x0} = E_{y0} \quad (2.112)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \text{ for CW} \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \text{ for CCW} \end{cases} \quad (2.113)$$

ถ้าคลื่นเดินทางในทิศทางตรงกันข้าม (คือทิศทาง +Z) เฟสในสมการที่ (2.112) และ (2.113) ที่ทำให้เกิด CW (Clockwise) และ CCW (Counter Clockwise) จะต้องสลับกัน

ค. โพลาริเซชันแบบวงรี

โพลาริเซชันแบบวงรีจะเกิดขึ้นเมื่อความต่างเฟสเป็นจำนวนคี่ของ $\pi/2$ แต่ขนาดของสนามไฟฟ้าไม่เท่ากัน หรือความต่างเฟสไม่เป็นจำนวนคี่ของ $\pi/2$ นั่นคือ

$$|\mathcal{E}_x| \neq |\mathcal{E}_y| \Rightarrow E_{x0} \neq E_{y0} \quad (2.114)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \text{ for CW} \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, \dots \text{ for CCW} \end{cases} \quad (2.115)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x \neq \pm \frac{n}{2}\pi = \begin{cases} > 0 \text{ for CW} \\ < 0 \text{ for CCW} \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.116)$$

ในกรณีของโพลาไรเซชันแบบวงรี รูปแสดงการกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆ จะเป็นวงรีเอียง ดังแสดงในรูป 2.11 ข อัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนย่อยจะเรียกว่าเป็นอัตราส่วนของแกน (Axial Ratio: AR) ซึ่งมีค่าเท่ากับแกนหลักหารด้วยแกนย่อย ดังนี้

$$AR = \frac{OA}{OB}, 1 \leq AR \leq \infty \quad (2.117)$$

โดยที่

$$OA = \left[\frac{1}{2} \left\{ E_{x0}^2 + E_{y0}^2 + \left[E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2 E_{y0}^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.118)$$

$$OB = \left[\frac{1}{2} \left\{ E_{x0}^2 + E_{y0}^2 - \left[E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2 E_{y0}^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.119)$$

การเอียงของวงรีเทียบกับแกน y สามารถแสดงด้วยมุมเอียง ดังนี้คือ

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos(\Delta\phi) \right] \quad (2.120)$$

เมื่อวงรีวางตามแนวแกนหลัก $[\tau = n\pi/2, n = 0, 1, 2, \dots]$ แกนหลัก (ย่อย) เท่ากับ $E_{x0}(E_{y0})$ หรือ $E_{y0}(E_{x0})$ และอัตราส่วนของแกนมีค่าเท่ากับ E_{x0}/E_{y0} หรือ E_{y0}/E_{x0}

แฟกเตอร์การสูญเสียจากโพลาไรเซชัน

โดยทั่วไปแล้ว โพลาไรเซชันของสายอากาศอาจไม่เหมือนกับโพลาไรเซชันของคลื่นที่เดินทางมายังสายอากาศ ซึ่งเรียกว่าเกิดโพลาไรเซชันแบบไม่แมตช์ (Polarization Mismatch) ทำให้สายอากาศไม่สามารถดึงเอากำลังงานออกมาจากคลื่นได้สูงสุด เนื่องจากเกิดการสูญเสียจากโพลาไรเซชัน (Polarization Loss) สมมุติว่าสนามไฟฟ้าของคลื่นที่ เดินทางเข้ามายังสายอากาศเขียนได้ดังนี้

$$\vec{E}_i = \hat{\rho}_w E_i \quad (2.121)$$

เมื่อ $\hat{\rho}_w$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของคลื่นและโพลาไรเซชันของสนามไฟฟ้าของสายอากาศรับ มีค่าดังนี้

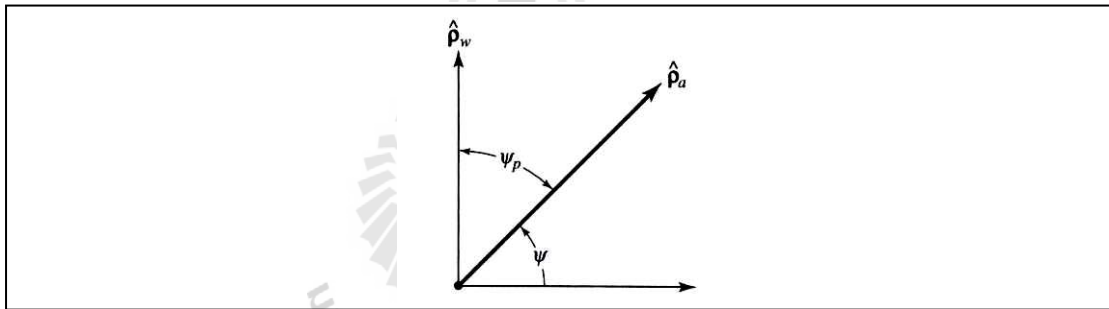
$$\bar{E}_a = \hat{\rho}_a E_a \quad (2.122)$$

เมื่อ $\hat{\rho}_a$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของสายอากาศ

จะกำหนดให้แฟกเตอร์การสูญเสียจากโพลาไรเซชัน (Polarization Loss Factor: PLF) มีค่าดังนี้

$$PLF = |\hat{\rho}_w \cdot \hat{\rho}_a|^2 = |\cos \Psi_p|^2 \quad (2.123)$$

เมื่อ Ψ_p เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วยทั้งสอง ดังแสดงในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 เวกเตอร์หนึ่งหน่วยสำหรับโพลาไรเซชันของคลื่นและของสายอากาศ

ถ้าเกิดโพลาไรเซชันแมตช์ ค่า PLF จะเป็นหนึ่ง และสายอากาศจะรับกำลังงานมากที่สุด

2.5 สรุป

สำหรับบทนี้จะเป็นการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยแบบจำลองช่องสัญญาณ ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีกระบวนการเชิงสุ่ม ทฤษฎีข่าวสาร และทฤษฎีพื้นฐานสายอากาศ โดยจะเป็นพื้นฐาน ในการอธิบายถึงที่มาของการพิจารณาตัวแปรสุ่ม และคุณสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการอธิบายลักษณะของตัวแปรสุ่ม รวมทั้งกระบวนการเชิงสุ่มที่ได้ นำไปใช้ในทฤษฎีข่าวสาร ในการอธิบายคุณสมบัติของช่องสัญญาณ การหาค่าคุณสมบัติของช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ รวมทั้งในการนำไปใช้ ในการอธิบายผลที่ได้จากการหาค่าความจุของช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำ

ความจำ และช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน จากนั้นได้อธิบายถึงที่มาของทฤษฎีความจุช่องสัญญาณของแชนนอนและฮาร์ตลีย์ ซึ่งจะได้นำไปพัฒนาต่อไปเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบสื่อสารข้อมูลแบบอื่น ๆ ต่อไป และส่วนของทฤษฎีสายอากาศ ได้ทำการอธิบายถึงการพิจารณาค่าต่างๆที่เกี่ยวข้องกับสายอากาศในเชิงกายภาพที่จำเป็นต้องทราบ อาทิ อัตราขยายของสายอากาศ ความหนาแน่นของการแผ่กำลังงานของคลื่น สภาวะเจาะจงทิศทาง เป็นต้น เพื่อให้เข้าใจถึงที่มาของค่าต่างๆ ที่นำมาใช้ในการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ เพื่อจะถูกนำมาพัฒนาประยุกต์ใช้ในการสร้างแบบจำลองต่อไป



บทที่ 3

ทฤษฎีแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

3.1 บทนำ

ในบทนี้เราจะอธิบายถึงแบบจำลองเบื้องต้นสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยจะเริ่มจากแบบจำลองระบบเบื้องต้น ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีการใช้งานกันอย่างมากที่สุด ที่เรียกว่าแบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน นอกจากนั้นจะได้อธิบายถึงแบบจำลองแบบ “One-Ring” และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ ถัดไปจะได้อธิบายถึงผลสรุปของค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากระบบพื้นฐานที่เรียกว่า ระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต (Single-Input Single-Output : SISO) ระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต (Single-Input Multiple-Outputs : SIMO) และระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต (Multiple-Input Single-Output : MISO) จากนั้นจะกล่าวถึงค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยจะพิจารณาในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือ กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และกรณีที่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟอลล์) และในหัวข้อสุดท้ายจะเป็นการอธิบายวิธีการวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่ใช้ในงานวิจัยฉบับนี้

3.2 แบบจำลองระบบเบื้องต้น

ระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตเป็นระบบที่มีการใช้งานสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบในการรับส่งสัญญาณทั้งในภาคส่งและภาครับ โดยที่ จะมีส่วนของอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่แบ่งสัญญาณข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อส่งไปยังระบบสายอากาศภาคส่งพร้อม ๆ กัน และสัญญาณที่ส่งในแต่ละสายอากาศ จะผ่านช่องสัญญาณไร้สายไปยังสายอากาศภาครับ จากนั้นจะต้องผ่านหน่วยประมวลผลข้อมูล เพื่อแยกสัญญาณข้อมูลแต่ละชุดที่ได้รับที่สายอากาศภาครับแต่ละตัว แล้วจึงทำการรวมข้อมูลที่ได้ออกมาที่ปลายทาง ซึ่งอาจเปรียบเทียบได้กับแบ่งข้อมูลออกเป็นหลาย ๆ เส้นทางแล้วส่งไปพร้อม ๆ กันในลักษณะการส่งข้อมูลแบบขนานในการสื่อสารข้อมูลด้วยสายนำสัญญาณนั่นเอง

สำหรับแบบจำลองของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ในงานวิจัยนี้ ก่อนที่จะนำไปพัฒนา เพื่อศึกษาผลจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศต่อไป เราจะพิจารณาระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่มีผู้ใช้งานคนเดียวในย่านความถี่ที่เป็นแถบความถี่แคบ โดยให้จำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น N_T และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น N_R ดังแสดงในรูปที่ 3.1 รวมทั้งสมมติให้สายอากาศเป็นแบบไอโซทรอปิกโดยมีค่าเฉลี่ยของสายอากาศทั้งด้านรับ และด้านส่งเท่ากันในทุกทิศทาง ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นของสัญญาณที่ได้รับที่สายอากาศภาครับ และสัญญาณที่ส่งออกที่สายอากาศภาคส่ง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3.1)$$

โดยที่ \mathbf{y} แทนเวกเตอร์สัญญาณที่ภาครับขนาด $N_R \times 1$

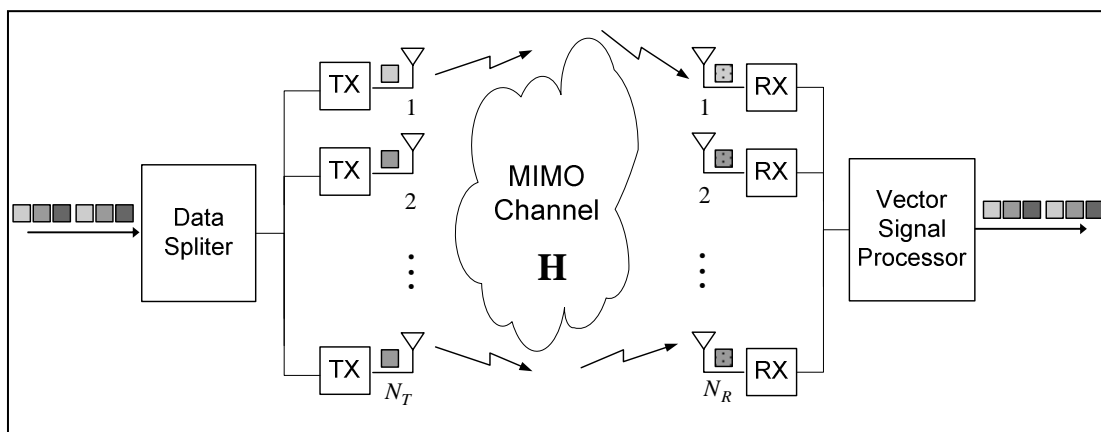
\mathbf{x} แทนเวกเตอร์สัญญาณที่ภาคส่งขนาด $N_T \times 1$

\mathbf{n} แทนเวกเตอร์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน (Gaussian noise) ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

\mathbf{H} แทนเวกเตอร์นอร์มอลไลซ์ (normalize) ของช่องสัญญาณที่มีขนาด $N_R \times N_T$ เขียนแทนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \cdots & h_{N_R N_T} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

โดยที่แต่ละองค์ประกอบ h_{mn} จะแสดงค่าอัตราขยายเชิงซ้อนระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมทริกซ์ช่องสัญญาณที่ได้จะสามารถเทียบเคียงกับแบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่มีความจำที่ได้อธิบายไปในบทที่ 2 ซึ่งในบทนี้จะเป็นการนำเอาทฤษฎีข่าวสารเกี่ยวกับแบบจำลองช่องสัญญาณ และค่าความจุช่องสัญญาณมาใช้กับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต



รูปที่ 3.1 แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

ในหัวข้อถัดไปจะเป็นการอธิบายถึงแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่สำคัญที่มีการศึกษากันในช่วงที่ผ่านมา โดยจะสามารถแบ่งแบบจำลองออกเป็น แบบจำลองของช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน จากนั้นจะได้อธิบายถึงแบบจำลองแบบ “One-Ring” และแบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ รวมทั้งการศึกษาเกี่ยวกับค่าความจุของแบบจำลองระบบพื้นฐานต่าง ๆ รวมทั้งค่าความจุของแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตด้วย

3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณ

ในการสื่อสารแบบไร้สาย สัญญาณที่ถูกส่งออกมาจะสมมุติให้ได้รับหลังจากที่ผ่านกระบวนการของการแผ่กระจายคลื่น ซึ่งจะประกอบด้วยผลของการกระจัดกระจาย การสะท้อน การแทรกสอด และการหักเหที่เกิดขึ้นจากวัตถุที่ปรากฏในแต่ละเหตุการณ์ของการสื่อสาร ผลจากความหลากหลาย และความยากในการหาแบบจำลองช่องสัญญาณที่เหมาะสมสำหรับสถานะแต่ละชนิดได้ จึงได้นำเสนอแบบจำลองเบื้องต้นมาใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ซึ่งจะได้อธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ ในรายละเอียดต่อไป

3.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน

สำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลี (Rayleigh fading channel) ที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน ถือเป็นแบบจำลองพื้นฐานที่ง่ายและใช้กันมากสำหรับแบบจำลองช่องสัญญาณ โดยที่แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่เป็นช่องสัญญาณการเฟดแบบเลย์ลีที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน

จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h_{mn} = N(0, 1/\sqrt{2}) + j N(0, 1/\sqrt{2}) \quad (3.3)$$

โดยที่ h_{mn} แทนค่าอัตราขยายเชิงซ้อนระหว่างสายอากาศส่งตัวที่ n กับสายอากาศรับตัวที่ m ส่วน $N(0, 1/\sqrt{2})$ แทนการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $1/\sqrt{2}$

ในกรณีของช่องสัญญาณที่มีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน สายอากาศ จะถูกสมมติให้วางห่างจากกันอย่างน้อย 0.5λ (Foschini and Gans, 1998) เพื่อที่จะสามารถแน่ใจได้ว่า จะไม่มีผลที่เกิดจากการมีมวลคลื่นปลิง และผลกระทบจากความสัมพันธ์ในลักษณะสหสัมพันธ์เชิงพื้นที่ (spatial correlation) โดยช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน สามารถเรียกเป็น ช่องสัญญาณขาว (white channel) แทนด้วยสัญลักษณ์ H_w โดยที่คุณสมบัติของ H_w สามารถสรุปได้ดังนี้

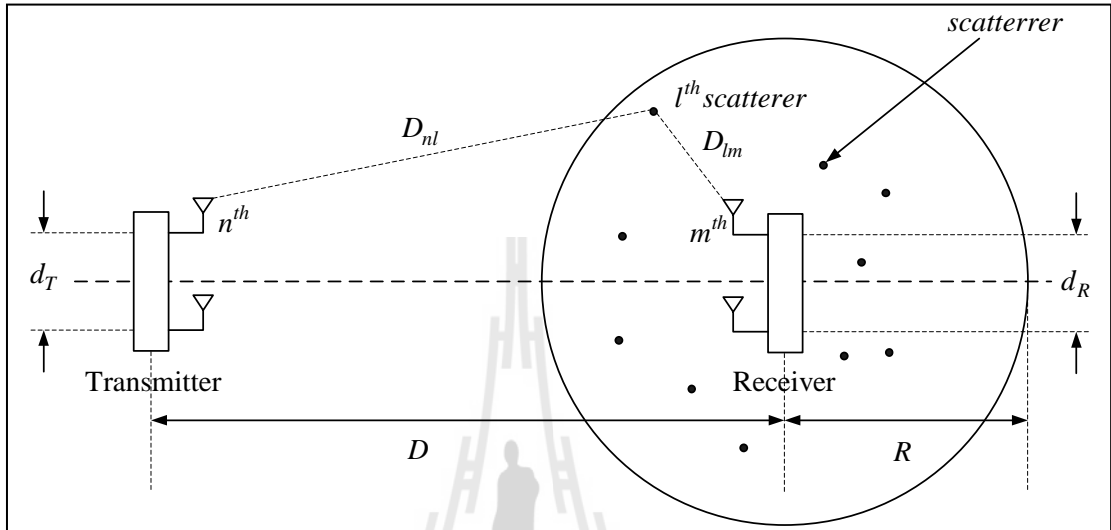
$$\begin{aligned} E\{[H_w]_{i,j}\} &= 0 \\ E\{|[H_w]_{i,j}|^2\} &= 1 \\ E\{[H_w]_{i,j}[H_w]_{m,n}^\dagger\} &= 0, \text{ ถ้า } i \neq m \text{ และ } j \neq n \end{aligned} \quad (3.4)$$

โดยที่ $E\{x\}$ แทนค่าความคาดหวังของ x
 $[\cdot]^\dagger$ แทนค่าคอนจูเกตทรานสโพสเชิงซ้อน (complex conjugate transpose)

3.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring”

แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring” ได้มีการอธิบายไว้ในงานของ (Petrucci, Reed and Rappaport, 1996) โดยได้ถูกกล่าวถึงในงานวิจัยของ Shiu, Foschini, Gans and Kahn (2000) Svantesson and Ranheim (2001) และ Svantesson (2002) โดยสำหรับแบบจำลองนี้ จะสมมติให้สถานีภาคส่ง (Base Station : BS) มีการวางตัวของสายอากาศอยู่ในระนาบแนวดิ่ง นั่นคือจะไม่เกิดการกระจายของสัญญาณที่ด้านส่ง ในขณะที่สถานีภาครับ (Mobile Station : MS) จะถูกล้อมรอบด้วยวงกลมของการกระจายที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป โดยที่วัตถุที่ทำให้เกิดการกระจายของสัญญาณในวงกลมการกระจายเคลื่อน กำหนดให้มีลักษณะที่ทำให้เกิดการแผ่กระจายคลื่นซ้ำโดยมีลักษณะการแผ่กระจายคลื่นในลักษณะรอบทิศทาง และทำให้เกิดการ

แผ่กระจายคลื่นสะท้อนกลับโดยตรงถึงสายอากาศด้านรับ ทั้งนี้เราจะพิจารณาเฉพาะลำคลื่นที่เกิดการสะท้อนโดยวัตถุที่ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของสัญญาณเพียงครั้งเดียว ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบ “One-Ring”

วัตถุที่ทำให้เกิดการกระจัดกระจายของคลื่นแทนด้วย L สมมุติให้มีการแจกแจงของตำแหน่งในลักษณะการแจกแจงแบบเอกรูปในแผ่นวงกลมรัศมี R ที่ล้อมรอบสายอากาศด้านรับไว้ โดยทั่วไปแล้วจะให้ R มีขนาดเล็กมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระยะห่างระหว่างสายอากาศภาคส่งและภาครับซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ D อย่างไรก็ตามทั้งรัศมีวงกลมการกระจัดกระจาย และระยะห่างระหว่างสายอากาศภาคส่งและภาครับ จะสมมุติให้มีขนาดมากกว่าระยะห่างในการจัดวางสายอากาศภาคส่ง แทนด้วยสัญลักษณ์ d_T และระยะห่างในการจัดวางสายอากาศภาครับมาก ๆ แทนด้วย d_R เราสามารถเขียนได้เป็น $(D > R) \gg \max(d_R, d_T)$ (Patzold and Hogstad, 2004)

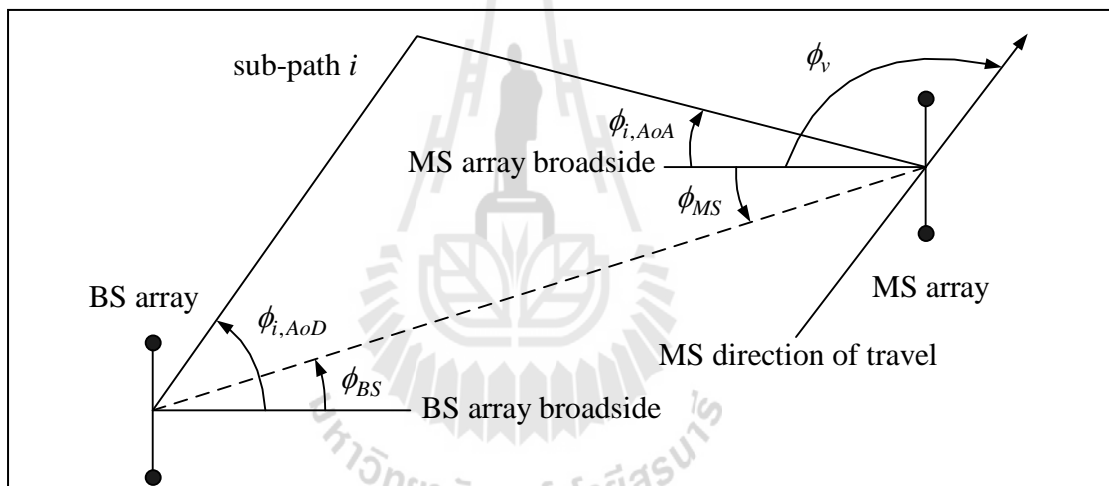
โดยอาศัยแบบจำลองดังกล่าว องค์ประกอบของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ ในสมการ (3.2) สามารถหาได้โดย หากเราพิจารณาเพียงเส้นทางการส่งสัญญาณจากสายอากาศด้านส่งที่ n ไปยังสายอากาศด้านรับตัวที่ m ร่วมกับการสะท้อนที่วัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจัดกระจายตัวที่ l ดังนั้นอัตราขยายช่องสัญญาณที่ h_{mn} สามารถหาได้จาก (Svantesson and Ranheim, 2001)

$$h_{mn} = \sqrt{\frac{1}{L}} \sum_{l=1}^L \alpha_l \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda} (D_{nl} + D_{lm}) \right] \quad (3.5)$$

โดยที่ α_l แทนค่าสัมประสิทธิ์การกระจายของวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจายตัวที่ l โดยที่ $l = 1, 2, 3, \dots, L$ และมีค่าแบบจำลองเป็นค่าตัวแปรสุ่มเชิงซ้อนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และค่าความแปรปรวนเป็นหนึ่ง ส่วน D_{lm} แทนระยะห่างระหว่างสายอากาศรับตัวที่ m กับวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจายตัวที่ l และ D_{nl} แทนระยะห่างระหว่างวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจายตัวที่ l กับสายอากาศส่งตัวที่ n

3.3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ เป็นแบบจำลองมาตรฐาน ที่พัฒนาโดยความร่วมมือของ 3GPP-3GPP2 ร่วมกับ ad-hoc group (AHG) ซึ่งมีจุดมุ่งหมายสำคัญเพื่อพัฒนา กำหนดค่าตัวแปร และวิธีการ ภายใต้แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ สำหรับใช้ในการประเมินระบบ และระดับการเชื่อมต่อ (3rd Generation Partnership Project (3GPP), 2007)



รูปที่ 3.3 แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่สำหรับระบบ MIMO ขนาด 2x2

แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ เป็นแบบจำลองที่พิจารณาค่าตัวแปรในระนาบสองมิติ โดยการพิจารณากลุ่มของวัตถุที่ก่อให้เกิดการกระจายจำนวน N กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มส่งผลกับเส้นทาง โดยมีเส้นทางย่อยที่ไม่สามารถทราบได้จำนวน M ในเส้นทางดังกล่าวจากนิยามของแบบจำลองข้างต้น สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 3.3 โดยความหมายของมุมที่ปรากฏสามารถอธิบายได้ดังนี้

ϕ_{BS} มุมระหว่างแนวตั้งฉากการจลวงสายอากาศของสถานีภาคส่ง เมื่อเทียบกับเส้นตรงที่ลากจากสถานีภาคส่งไปยังสถานีภาครับ

ϕ_{MS}	มุมระหว่างแนวตั้งฉากการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับเมื่อเทียบกับเส้นตรงที่ลากจากสถานีภาคส่งไปยังสถานีภาครับ
$\phi_{i,AoD}$	ค่าสัมบูรณ์ของมุมของสัญญาณที่ส่งออก (AoD) สำหรับเส้นทางย่อยที่ $i^{th} = (1, 2, \dots, M)$ ที่สถานีภาคส่ง โดยเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาคส่ง
$\phi_{i,AoA}$	ค่าสัมบูรณ์ของมุมของสัญญาณที่ได้รับ (AoA) สำหรับเส้นทางย่อยที่ $i^{th} = (1, 2, \dots, M)$ ที่สถานีภาครับ โดยเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับ
ϕ_v	มุมของเวกเตอร์ความเร็ว เมื่อเทียบกับแนวตั้งฉากของการจัดวางสายอากาศของสถานีภาครับ

3.4 ความจุช่องสัญญาณ

ในหัวข้อนี้จะได้อธิบายถึงค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากระบบแบบต่าง ๆ ได้แก่ ระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพล็กซ์เอาต์พุต ระบบมัลติเพล็กซ์อินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ตลอดจนถึงระบบมัลติเพล็กซ์อินพุต-มัลติเพล็กซ์เอาต์พุต และจะได้อธิบายค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพล็กซ์อินพุต-มัลติเพล็กซ์เอาต์พุต ในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือกรณีที่ไม่นับรวมข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และ กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟอลล์)

ได้มีการริเริ่มในการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN (Shannon, 1948) โดยการเปรียบเทียบค่าสัมบูรณ์ของช่องสัญญาณแบบ AWGN และจากการศึกษาของ Shannon (1948) ซึ่งได้อธิบายถึงที่มาในบทที่ผ่านมา จะพบว่า ค่าความจุช่องสัญญาณของช่องสัญญาณที่มีการรบกวนแบบ AWGN จะมีค่าเป็น

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \quad \text{บิตต่อวินาที} \quad (3.6)$$

โดยที่ B แทนความกว้างแถบความถี่

N_0 แทนค่าความหนาแน่นสเปกตรัมของสัญญาณรบกวน

P แทนค่าเฉลี่ยกำลังงาน

ต่อมาได้มีการพัฒนาเทคนิคต่าง ๆ ขึ้นเพื่อเพิ่มขีดความสามารถของระบบการสื่อสารไร้สาย

เช่น การใช้ความถี่ซ้ำ (frequency reuse) และเทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เป็นต้น โดยเทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ จะสามารถเพิ่มความจุช่องสัญญาณได้ โดยไม่ต้องใช้แถบความถี่เพิ่ม แต่ก็มีข้อจำกัดในเรื่องพื้นที่ในการติดตั้งสายอากาศ

เทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบ เริ่มแรกได้มีการใช้งานสายอากาศในลักษณะที่เรียกว่าระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ต่อมามีการพัฒนาโดยใช้สายอากาศหลายตัวที่เรียกว่าระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต เช่นในการใช้งานในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่โดยให้สายอากาศด้านส่งมีตัวเดียว และให้มีสายอากาศด้านรับหลายตัว ในลักษณะที่เรียกว่า ไดเวอร์ซิตี (diversity) นอกจากนี้หากมีการเพิ่มจำนวนสายอากาศด้านส่งมากขึ้น แต่ใช้สายอากาศด้านรับตัวเดียว ก็จะเรียกว่าเป็นระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ได้ถูกพัฒนาต่อมา เนื่องจากเป็นระบบที่มีลักษณะการใช้งานโดยการใช้สายอากาศหลาย ๆ องค์ประกอบในทั้งภาคส่งและภาครับ ซึ่งได้ทำการแสดงให้เห็นว่า สามารถช่วยเพิ่มความจุช่องสัญญาณในสภาวะแวดล้อมแบบหลายวิถี ระบบที่ทำงานโดยการอาศัยคุณสมบัติของมิติในช่องสัญญาณแบบหลายวิถี ซึ่งจะให้ผลของประสิทธิภาพของระบบที่เพิ่มขึ้นได้ ทั้งในส่วนของการอัตราความผิดพลาดบิต (Bit Error Rate : BER) และในส่วนของการอัตราการส่งผ่านข้อมูล โดยการใช้ลักษณะไดเวอร์ซิตีเชิงพื้นที่ (spatial diversity) (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การทำงานที่เป็นระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต และระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต เป็นส่วนย่อย ที่เป็นกรณีพิเศษของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตนั่นเอง ผลที่ได้จากระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต จะทำให้ความจุช่องสัญญาณที่ได้เพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น ตามจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้น โดยอาศัยคุณสมบัติของการแผ่แบบหลายวิถีเป็นกุญแจสำคัญ

จากพื้นฐานการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับช่องสัญญาณแบบ AWGN ได้นำไปพิจารณาค่าความจุช่องสัญญาณ สำหรับระบบที่ใช้เทคนิคสายอากาศแบบหลายองค์ประกอบแบบต่าง ๆ โดยเราสามารถสรุปขอบเขตของค่าความจุของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตเทียบกับค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต และระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต โดยเราจะทำการให้นิยามคุณลักษณะของระบบไว้ดังนี้

1) ช่องสัญญาณเป็นแบบไม่มีความจำ นั่นหมายถึง แต่ละช่องสัญญาณมีความเป็นอิสระต่อกัน (Telatar, 1995)

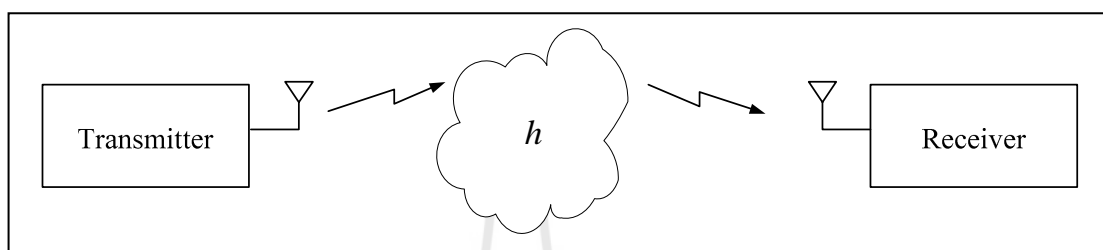
2) เราจะพิจารณาเฉพาะค่าความจุระบบที่มีรูปแบบผู้ใช้งานคนเดียว และสัญญาณที่ด้านรับมีการรบกวนด้วยสัญญาณแบบ AWGN เพียงชนิดเดียว

3) การวิเคราะห์ค่าความจุอาศัยพื้นฐานของสถานะที่เป็นแบบ quasi-static นั่นหมายความว่า ช่องสัญญาณ มีการคงตัวในคาบเวลาหนึ่ง และมีระยะเวลาที่นานพอที่ข้อมูลสามารถ

ที่จะส่งได้อย่างมีนัยสำคัญ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003; Foschini and Gans, 1998)

3.4.1 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต

สำหรับระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต เป็นระบบที่ประกอบด้วยสายอากาศภาครับ 1 องค์ประกอบ และสายอากาศภาคส่งจำนวน 1 องค์ประกอบโดยมีอัตราขยายช่องสัญญาณระหว่างภาครับและภาคส่งแทนด้วย h ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต

ค่าความจุช่องสัญญาณสำหรับระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib A., 2003)

$$C_{SISO} = \log_2(1 + \rho|h|^2) \quad (3.7)$$

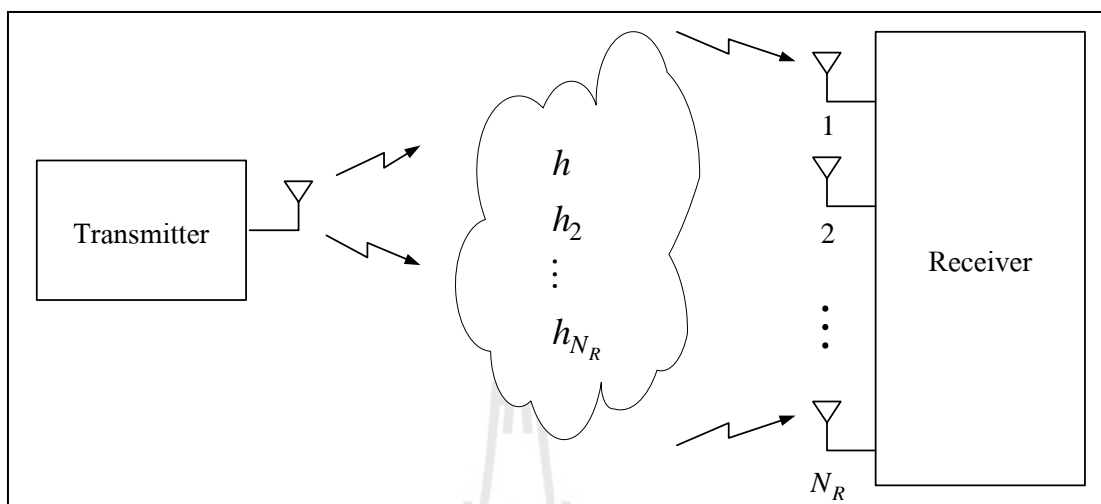
โดยที่ ρ แทนค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratio : SNR) ที่สายอากาศภาครับ และ h แทนนอร์มอลไลซ์อัตราขยายเชิงซ้อนของช่องสัญญาณ

3.4.2 ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต และระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต

ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

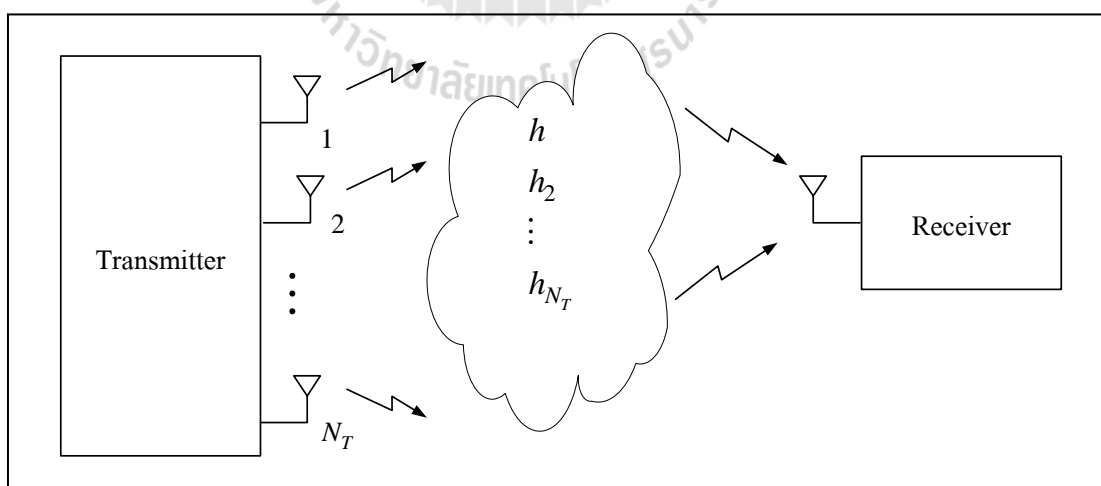
$$C_{SIMO} = \log_2 \left(1 + \rho \cdot \sum_{m=1}^{N_R} |h_m|^2 \right) \quad (3.8)$$

โดยที่ จำนวนสายอากาศภาคส่งมีค่าเป็น 1 จำนวนสายอากาศภาครับมีค่าเป็น N_R และ h_m แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ m ดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

อย่างไรก็ตามสำหรับระบบที่มีจำนวนสายอากาศภาคส่งเป็น N_T จำนวนสายอากาศภาครับเป็น 1 และ h_n แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ n ดังแสดงในรูปที่ 3.6



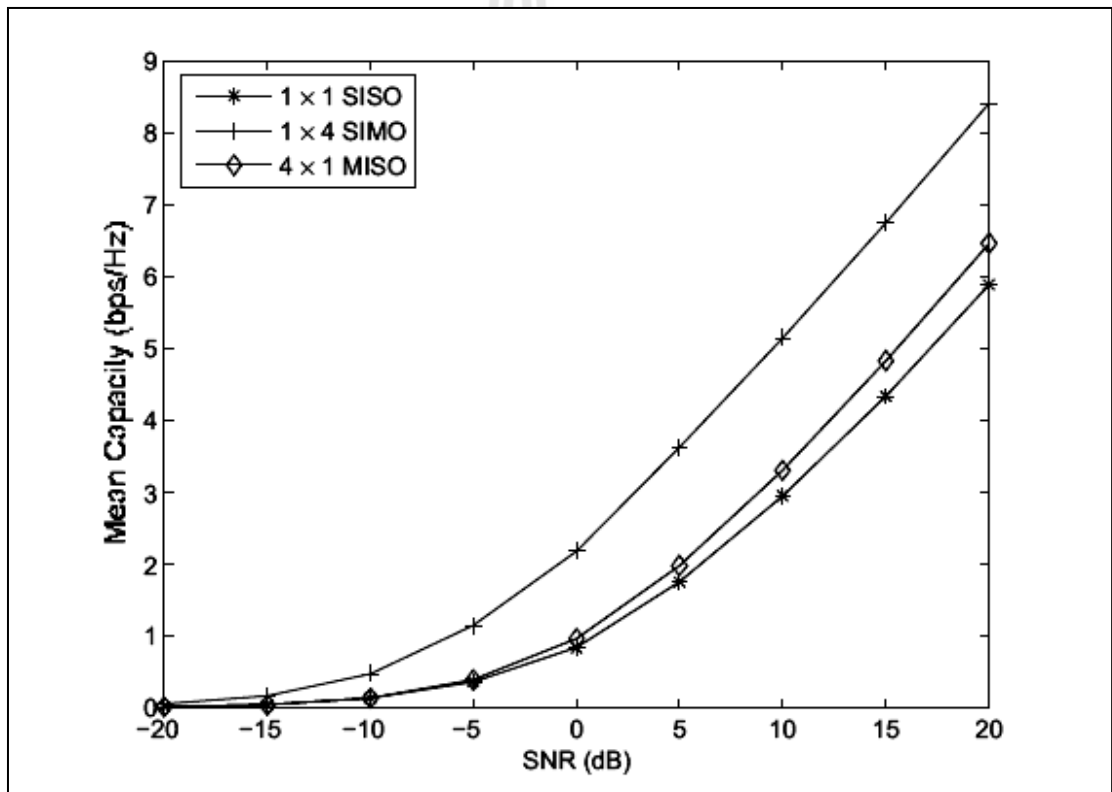
รูปที่ 3.6 แบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต

ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบจะเรียกว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท สามารถหาได้ดังนี้ (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

$$C_{MISO} = \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \cdot \sum_{n=1}^{N_T} |h_n|^2 \right) \quad (3.9)$$

โดยที่ h_n แทนอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ n

เพื่อให้แน่ใจว่ากำลังงานที่ส่งจากสายอากาศด้านส่งมีค่าเท่ากัน จึงต้องมีการทำ นอร์มอลไลซ์ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนด้วย N_T



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนกับค่าความจุช่องสัญญาณของ ระบบ SISO SIMO และ MISO

ในรูปที่ 3.7 แสดงค่าความจุช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท ระบบ ซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบ

ค่าความจุช่องสัญญาณกับค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน โดยใช้สมการ (3.7) ถึง (3.9) ซึ่งจากรูปที่ 3.7 จะเห็นได้ว่าระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุทสามารถปรับปรุงค่าความจุของระบบได้มากกว่าระบบซิงเกิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท โดยใช้จำนวนสายอากาศที่มากกว่า อย่างไรก็ตามระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท และระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มขึ้นของความจุช่องสัญญาณมีความสัมพันธ์ในลักษณะเพิ่มขึ้นแบบลอการิทึม เมื่อเทียบกับจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้น และหากเปรียบเทียบสมการ (3.8) กับสมการ (3.9) แล้ว จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าความจุของระบบซิงเกิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท มีค่ามากกว่าระบบมัลติเพิลอินพุท-ซิงเกิลเอาต์พุท ในกรณีเงื่อนไขที่ไม่มีข้อมูลของช่องสัญญาณที่ระบบภาคส่ง

3.5 ความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท

ในหัวข้อนี้เราจะทำการพิจารณาค่าความจุของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท โดยจะพิจารณาในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือกรณีที่ไม่นำข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และกรณีที่นำข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง) ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาค่าความจุของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทที่มีความสำคัญ

3.5.1 กรณีที่ไม่นำข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน)

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท ที่มีสำหรับสายอากาศภาคส่งจำนวน N_T และสายอากาศภาครับจำนวน N_R ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากันสามารถเขียนได้เป็น (Telatar, 1995; Foschini and Gans, 1998)

$$C_{EP} = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T} \cdot \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger \right) \right] \quad (3.10)$$

โดยที่ $\det(\cdot)$ แทนการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของเมทริกซ์

\mathbf{I} แทนเมทริกซ์หนึ่งหน่วยที่มีขนาด $N_R \times N_T$

ρ แทนค่าเฉลี่ยของสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ภาครับ

\mathbf{H}^\dagger แทนคอนจูเกตทรานสโพสเชิงซ้อนของ \mathbf{H}

ในการศึกษาคุณลักษณะของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ \mathbf{H} เราสามารถอาศัยคุณสมบัติของการหาค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition : SVD) ของ \mathbf{H} โดยการหา

ค่าทแยงมุมของ \mathbf{H} และหาค่าไอเกน (eigenvalues) โดยวิธีการขยายค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพสิชัน สำหรับ \mathbf{H} ที่มีขนาด $N_R \times N_T$ ใด ๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^\dagger \quad (3.11)$$

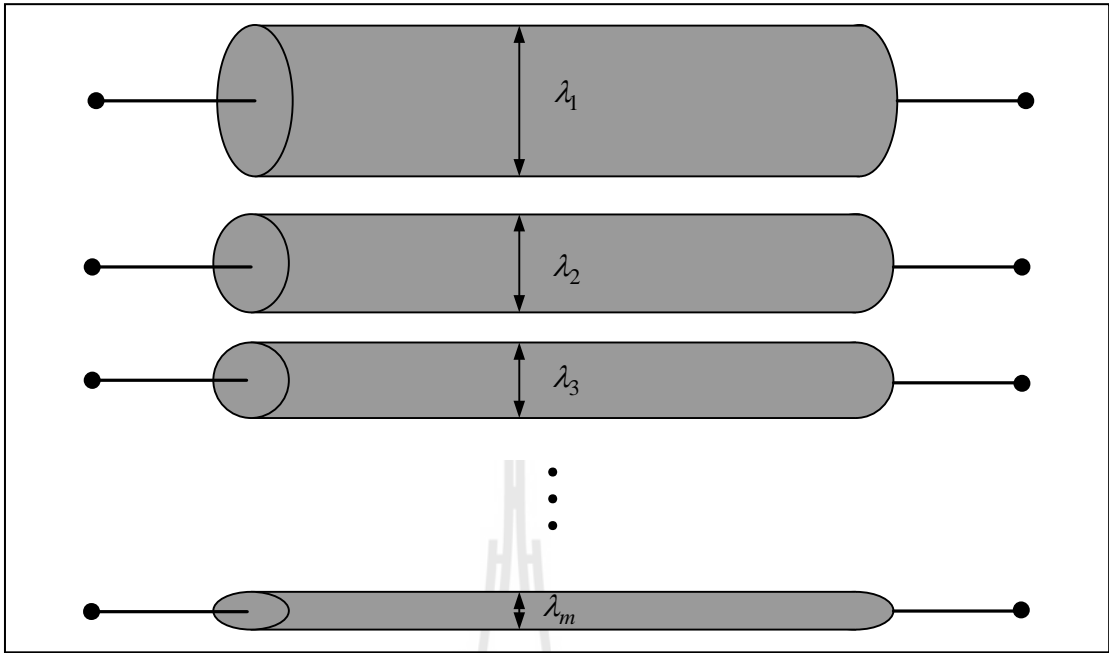
โดยที่ \mathbf{U} เป็นยูนิแทรีเมทริกซ์ (unitary matrix) ขนาด $N_R \times N_R$ และ \mathbf{V} เป็นยูนิแทรีเมทริกซ์ ขนาด $N_T \times N_T$ นั้นหมายความว่า $\mathbf{U}\mathbf{U}^\dagger = \mathbf{V}\mathbf{V}^\dagger = \mathbf{I}$ และ \mathbf{D} มีค่าไม่เป็นค่าลบ และมีองค์ประกอบในแนวทแยงมุมกำหนดได้ดังนี้

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_m}, 0, \dots, 0) \quad (3.12)$$

โดยที่ $\text{diag}(\mathbf{A})$ คือเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าองค์ประกอบในแนวทแยงมุมของเวกเตอร์ \mathbf{A} ส่วน $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวกเตอร์ \mathbf{W} โดยที่ $m = \max(N_R, N_T)$ และ

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger, & N_R \leq N_T \\ \mathbf{H}^\dagger\mathbf{H}, & N_R > N_T \end{cases} \quad (3.13)$$

หากคอตมันน์ของ \mathbf{U} เป็นไอเกนเวกเตอร์ของ $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$ และคอตมันน์ของ \mathbf{V} เป็นไอเกนเวกเตอร์ของ $\mathbf{H}^\dagger\mathbf{H}$ (Telatar, 1995) ค่าซิงกูลาร์ดีคอมโพสิชันในสมการ (3.10) ที่แสดงค่าเมทริกซ์ช่องสัญญาณ \mathbf{H} สามารถหาค่าทแยงมุมเป็นค่าช่องสัญญาณย่อยที่ตั้งฉากกันโดยอิสระ และโดยที่อัตราขยายกำลังงานของช่องสัญญาณที่ i มีค่าเป็น λ_i (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) แล้ว สถานการณ์นี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ช่องสัญญาณแบบไอเกน

ด้วยการแทนค่า \mathbf{H} ด้วย \mathbf{UDV}^\dagger ตามสมการ (3.11) และคุณสมบัติสมการ (3.1) ด้วย \mathbf{U}^\dagger เราสามารถเขียนสมการ (3.1) ได้ใหม่เป็น

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (3.14)$$

โดยที่ $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{y}$ $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}^\dagger \mathbf{x}$ และ $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{n}$

ในทำนองเดียวกันสมการ (3.10) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

$$C_{EP} = \sum_{i=1}^m \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \lambda_i \right) \quad (3.15)$$

โดยที่ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวกเตอร์ \mathbf{W} ที่ได้จากสมการ (3.12)

3.5.2 กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง(เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง)

ดังที่ได้อธิบายไปแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา หากเราไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณที่ภาคส่ง จะทำให้เราไม่สามารถเข้าถึงช่องสัญญาณย่อย ๆ ได้ ซึ่งเงื่อนไขกรณีนี้ให้กำลังงานมีค่าเท่ากันสำหรับทุกช่องสัญญาณจึงมีความเหมาะสมในกรณีนี้

แต่ในกรณีที่ทราบข้อมูลของช่องสัญญาณโดยสมบูรณ์แล้ว วิธีการภายใต้เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟิลลิ่ง จะช่วยปรับปรุงกำลังงานของสัญญาณที่ภาคส่งให้เหมาะสมได้ โดยที่ทฤษฎีพื้นฐานของวิธีการนี้ คือจะทำการแบ่งช่องสัญญาณที่มีกำลังงานไม่เหมาะสม โดยการลดกำลังงานในช่องสัญญาณที่มากเกินไป เพื่อไปชดเชยให้กับช่องสัญญาณที่มีค่าต่ำเกินไป โดยผลลัพธ์ที่ได้ดังแสดงได้ดังนี้ (Telatar, 1995; Khalighi, Brossier, Jourdain and Raoof, 2001; Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003)

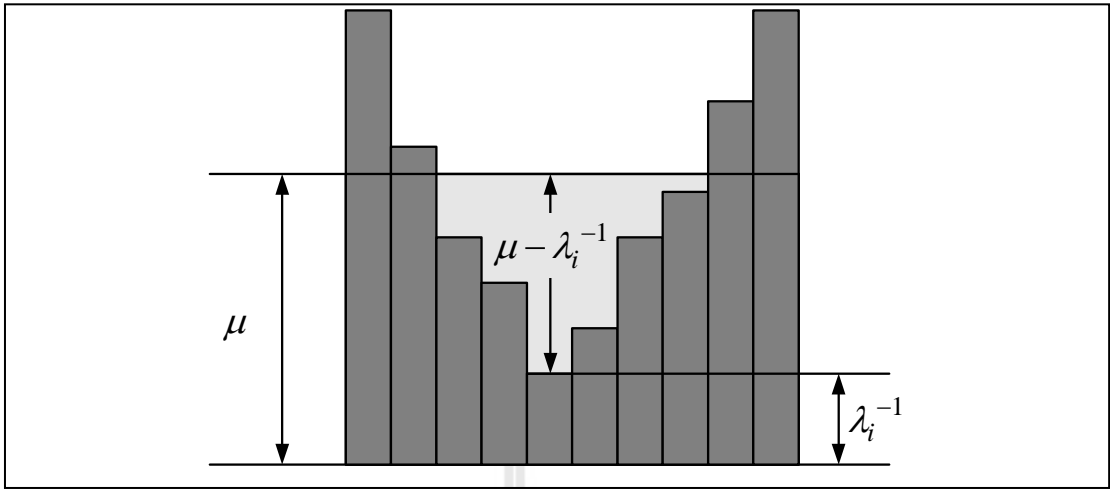
$$C_{WF} = \sum_{i=1}^m \log_2 (\mu \lambda_i)^+ \quad (3.16)$$

โดยที่ μ คำนวณได้จากขั้นตอนวิธีวอเตอร์ฟิลลิ่ง (water-filling algorithm) ซึ่งหาได้จากสมการ

$$\rho = \sum_{i=1}^m (\mu - \lambda_i^{-1})^+ \quad (3.17)$$

ซึ่ง $(.)^+$ หมายถึงค่าที่เป็นค่าบวกเท่านั้น และ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ คือค่าไอเกนที่ไม่เท่ากับศูนย์ของเวกเตอร์ \mathbf{W} โดยที่ $m = \max(N_R, N_T)$

หากเราเปรียบเทียบกับเงื่อนไขกรณีนี้ให้กำลังงานมีค่าเท่ากันในสมการ (3.15) แล้วเงื่อนไขวอเตอร์ฟิลลิ่ง ในสมการ (3.16) จะมีข้อดีในส่วนที่ให้ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ต่ำกว่า โดยแนวคิดเงื่อนไขวอเตอร์ฟิลลิ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 ช่องสัญญาณแบบวอเตอร์ฟลลิ่ง

3.6 การวัดประสิทธิภาพระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท

เนื่องจากช่องสัญญาณ \mathbf{H} เป็นค่าสุ่ม ดังนั้นค่าความจุของช่องสัญญาณสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท จึงเป็นค่าตัวแปรเชิงสุ่ม ค่าความจุช่องสัญญาณแบบเฟดดิ้ง สามารถกำหนดได้หลายวิธี ในทางปฏิบัติค่าความจุเฉลี่ย (mean capacity) และค่าความจุที่ไม่สามารถใช้ได้ (outage capacity) ถือเป็นค่าที่ใช้กันโดยทั่วไปในการวัดค่าเชิงสถิติ

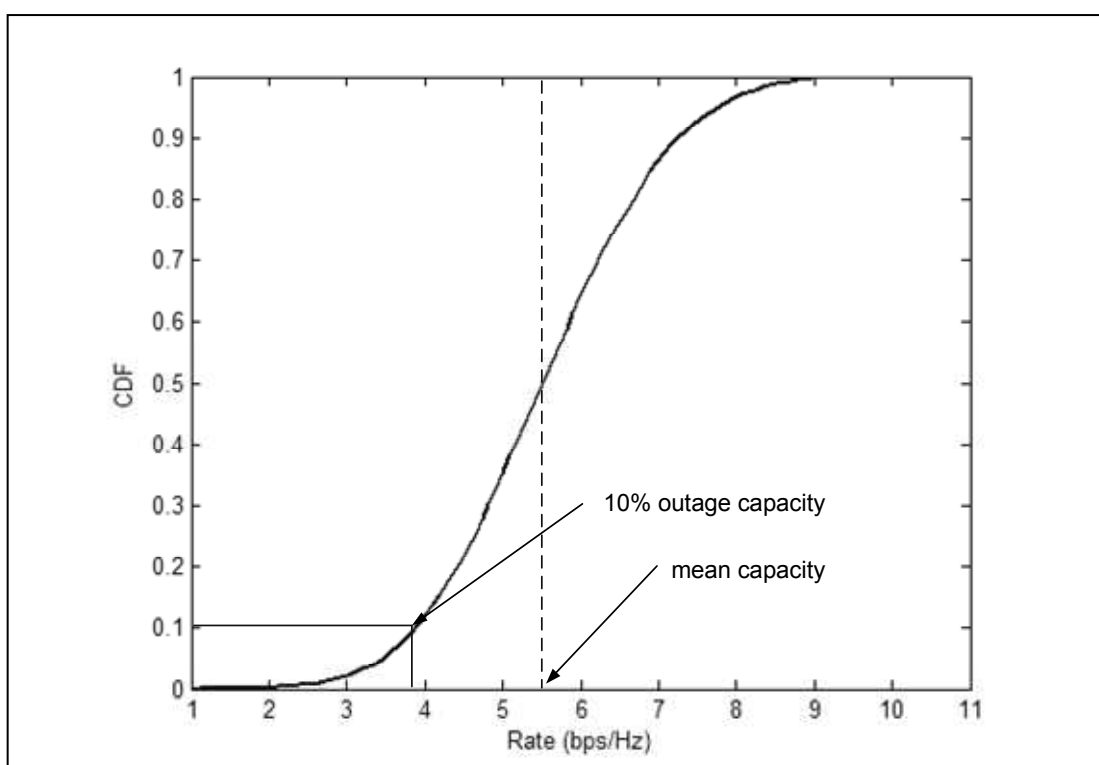
ค่าความจุเฉลี่ยของระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทแทนด้วย \bar{C} โดยการรวบรวมค่าเฉลี่ยของอัตราการรับส่งข่าวสารบนช่องสัญญาณ \mathbf{H} ที่พิจารณา โดยที่ค่าเฉลี่ย (Telatar, 1995) หาได้จาก

$$\bar{C} = E \left\{ \sum_{i=1}^m \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \lambda_i \right) \right\} \quad (3.18)$$

สำหรับค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ จะกำหนดได้โดยระดับของเปอร์เซ็นต์ของระบบไม่สามารถใช้งานที่ค่าความจุช่องสัญญาณนั้นได้ โดยเราจะกำหนดระดับเปอร์เซ็นต์แทนด้วย q ค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้แทนด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,q}$ โดยจะหมายถึงอัตราการรับส่งข่าวสารที่สามารถใช้งานได้ค่าเป็น $(100 - q)$ เปอร์เซ็นต์ของช่องสัญญาณที่พิจารณาเขียนได้เป็น

$$P(C \leq C_{out,q}) = q\% \quad (3.19)$$

โดยรูปที่ 3.10 จะแสดงค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์ (bps/Hz) โดยที่มีจำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น 2 และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น 2 โดยให้ค่าสัดส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าเป็น 10 dB ภายใต้เงื่อนไขที่ไม่ทราบข้อมูลของช่องสัญญาณที่ภาคส่ง โดยจะเห็นว่าค่าความจุเฉลี่ยที่ได้มีค่าเป็น 5.5593 bps/Hz ขณะที่ค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ที่ระดับ 10% มีค่าเป็น 3.896 bps/Hz



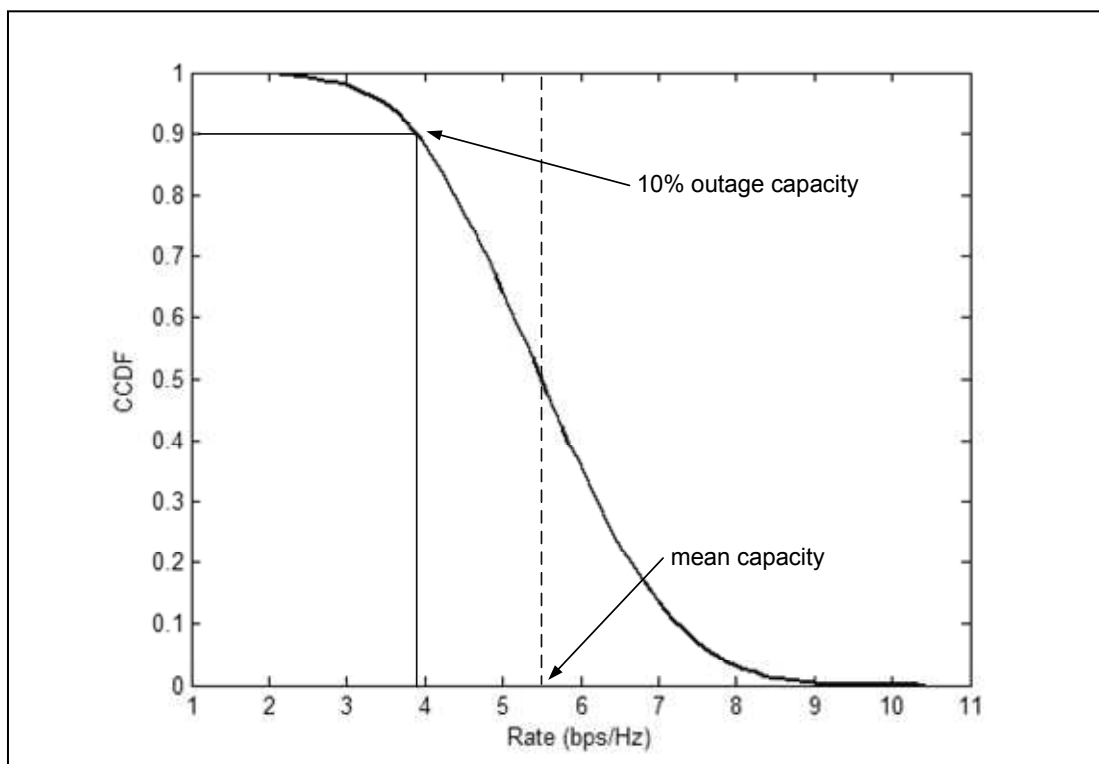
รูปที่ 3.10 ค่า CDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB

อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะได้นำเสนอค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบในรูปแบบที่เป็นค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Complementary Cumulative Distribution Functions : CCDF)

ค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะสัมพันธ์กับค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามสมการ (3.20)

$$Q(x) = 1 - F(x) \quad (3.20)$$

โดยที่ $F(x)$ เป็นค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และ $Q(x)$ เป็นค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ค่า CCDF ของความจุช่องสัญญาณ 2x2 MIMO แบบ i.i.d. ที่ SNR = 10 dB

จากรูปที่ 3.11 ได้แสดงตัวอย่างค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต จะเห็นได้ว่าเป็นค่าของข้อมูลเดียวกันในรูปที่ 3.10 และ 3.11 ค่า $C_{out,0.1} = 3.896$ bps/Hz จะหมายถึงโอกาสที่ระบบจะมีค่าความจุช่องสัญญาณต่ำกว่า 3.896 bps/Hz มีอยู่ 10% หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือมีโอกาส 90% ที่ระบบจะมีค่าความจุช่องสัญญาณมากกว่าค่าตามแกนอนคือ 3.896 bps/Hz และค่าความจุเฉลี่ยที่ได้มีค่าเป็น 5.5593 bps/Hz เช่นเดียวกับค่า CDF

3.7 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายถึงแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยได้กล่าวถึงในรายละเอียดของแบบจำลองพื้นฐานต่าง ๆ ได้แก่ แบบจำลองช่องสัญญาณแบบมีความอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน แบบจำลอง “One-Ring” แบบจำลองช่องสัญญาณเชิงพื้นที่ และได้กล่าวถึงสมการในการคำนวณหาความจุช่องสัญญาณระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ระบบ

ซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต และได้ทำการเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากแบบจำลองของระบบซิงเกิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต ระบบซิงเกิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ระบบมัลติเพิลอินพุต-ซิงเกิลเอาต์พุต รวมทั้งได้แสดงค่าแบบจำลองค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ในเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองแบบ คือ กรณีที่ไม่ทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานมีค่าเท่ากัน) และ กรณีที่เราทราบข้อมูลช่องสัญญาณของภาคส่ง (เงื่อนไขกำลังงานแบบวอเตอร์ฟอลล์) โดยทั้งแบบจำลองช่องสัญญาณและแบบจำลองความจุช่องสัญญาณทั้งหมดที่ได้กล่าวมานั้น จะเป็นกุญแจสำคัญที่จะได้นำมาพัฒนาต่อไปในงานวิจัย ซึ่งจะได้อธิบายในบทถัดไป และยังได้กล่าวถึงวิธีการวัดผลเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณเชิงสถิติที่ได้จากแบบจำลอง ซึ่งได้แก่ ค่าความจุเฉลี่ย และค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ โดยสำหรับค่าความจุที่ไม่สามารถใช้งานได้ จะแสดงค่าในรูปของ ค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และ ค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม



บทที่ 4

การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา โดยพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ เพื่อนำผลที่ได้จากการพัฒนาในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป

4.2 การวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท เราสามารถพิจารณาผลกระทบที่มีต่อแบบจำลองช่องสัญญาณที่เกิดจากคุณสมบัติของสายอากาศที่ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วคุณสมบัติของสายอากาศที่มีการนำมาพิจารณา ได้แก่

- 1) แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element radiation pattern)
- 2) รูปแบบการจัดวางสายอากาศแบบแถวลำดับ (array configuration)
- 3) ชนิดของโพลาไรเซชันของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element polarization)
- 4) ค่าผลจากการมีมวลคัปปลิง

สำหรับในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะผลจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ ที่ส่งผลกับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุท โดยอาศัยการพัฒนาแบบจำลองโดยพิจารณาส่วนของอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม และแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น

4.2.1 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสองมิติ

ในบทที่ผ่านมาเราได้อธิบายถึงระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาต์พุทที่มีผู้ใช้งานคนเดียวในย่านความถี่ที่เป็นแถบความถี่แคบ โดยให้จำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น N_T และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น N_R โดยมีค่าเฉลี่ยของสายอากาศทั้งด้านรับ และด้านส่งมีค่าเท่ากัน

ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นของสัญญาณที่ได้รับที่สายอากาศภาครับ และสัญญาณที่ส่งออกที่สายอากาศภาคส่ง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.1)$$

โดยที่ \mathbf{y} แทนเวกเตอร์สัญญาณที่ภาครับขนาด $N_R \times 1$
 \mathbf{x} แทนเวกเตอร์สัญญาณที่ภาคส่งขนาด $N_T \times 1$
 \mathbf{n} แทนเวกเตอร์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2
 \mathbf{H} แทนนอร์มอลไลซ์เวกเตอร์ช่องสัญญาณที่มีขนาด $N_R \times N_T$
 ซึ่ง \mathbf{H} สามารถเขียนแทนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \cdots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

โดยที่แต่ละองค์ประกอบ h_{mn} จะแสดงค่าอัตราขยายเชิงซ้อน ระหว่างสายอากาศส่งตัวที่ n กับสายอากาศรับตัวที่ m

หากเราพิจารณาที่สายอากาศภาครับที่มีผลที่เกิดจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่แทนด้วย h_{mn} ซึ่งแบบจำลองช่องสัญญาณย่อย ๆ แต่ละช่องสัญญาณ หรือ เมื่อพิจารณาระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่มีจำนวนสายอากาศภาครับ และภาคส่งเพียงองค์ประกอบเดียว เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$y = hx + n \quad (4.3)$$

โดยที่ y แทนสัญญาณที่ภาครับ x แทนสัญญาณที่ภาคส่ง n แทนสัญญาณรบกวนที่ภาครับ และ h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ

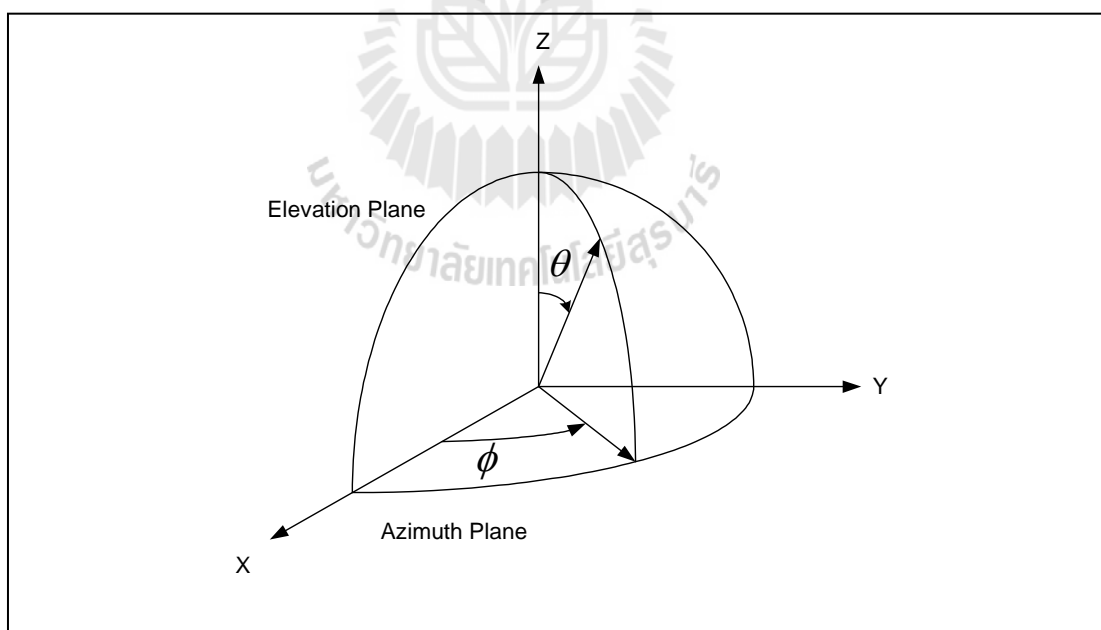
จากที่ได้อธิบายพื้นฐานด้านสายอากาศไว้ในบทที่ 2 นั้นเราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศจากอัตราขยายสายอากาศ โดยอัตราขยายสายอากาศเป็น

ความสัมพันธ์ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทาง (directivity) โดยรวมประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วย ในขณะที่สภาพเจาะจงทิศทางจะอธิบายคุณสมบัติในการชี้ทิศทางของสายอากาศเท่านั้น

อัตราขยายของสายอากาศในทิศทางที่กำหนดให้นั้น มีค่าเท่ากับ 4π คูณกับอัตราส่วนของความเข้มข้นของการแผ่พลังงาน (radiation intensity) ของคลื่นในทิศทางนั้นต่อกำลังงานสุทธิที่สายอากาศที่รับจากขั้วต่อของสายอากาศตามสมการ (2.97) เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของการแผ่พลังงานของคลื่นกับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกลได้ดังแสดงไว้ในสมการ (2.77) โดยเราสามารถแทนค่าจากสมการ (2.97) ลงในสมการ (2.77) ได้ดังนี้

$$G(\theta, \phi) = k[|E_\theta^\circ(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^\circ(\theta, \phi)|^2] \quad (4.4)$$

โดยที่ $G(\theta, \phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศในทิศทาง ϕ สำหรับระนาบแนวตั้ง (elevation plane) และ θ สำหรับระนาบแนวนอน (azimuth plane) ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ k มีค่าเท่ากับ $4\pi/2\eta P$ เมื่อ $P = P_{in}$ ซึ่งเป็นกำลังงานที่ป้อนให้กับสายอากาศ

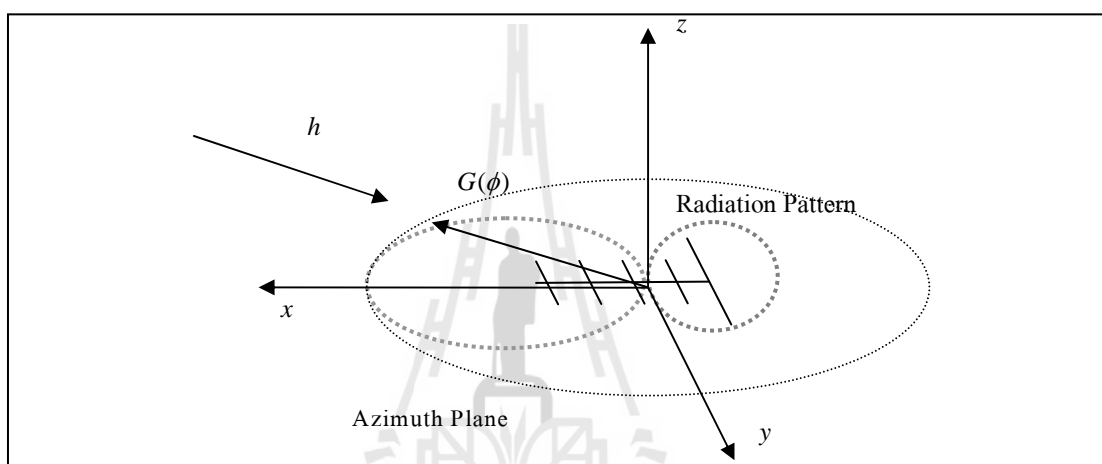


รูปที่ 4.1 ค่ามุมและระนาบในลักษณะสามมิติ

จากสมการ (4.4) เราสามารถพิจารณาว่าค่าอัตราขยายสัมพันธ์กับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในลักษณะสองมิติ โดยพิจารณาเฉพาะระนาบแนวนอนได้เป็น

$$G(\phi) = k [|E_\phi^\circ(\phi)|^2] \quad (4.5)$$

นั่นแสดงว่าเราสามารถใช่แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในรูปแบบที่เป็นอัตราขยายได้ ซึ่งในแบบจำลองทั่วไป จะใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกที่จะให้อัตราขยายของสายอากาศมีค่าเท่ากันในทุกทิศทาง หรือหากเราพิจารณาโดยใช้สายอากาศที่มีอัตราขยายในแต่ละทิศทางมีค่าไม่เท่ากัน จะสามารถพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่รับได้ที่ภาครับในทิศทางต่าง ๆ ในระนาบสองมิติได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบแนวนอน

จากรูปเราสามารถเขียนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศ ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$h_a = G(\phi)h \quad (4.6)$$

โดยที่ $G(\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศซึ่งพิจารณาเพียงสองมิติตามสมการ (4.5) นั่นคือจะพิจารณาเฉพาะในระนาบแนวนอนที่สายอากาศวางอยู่ ส่วน h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ และ h_a แทนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย เมื่อพิจารณาเฉพาะในระนาบสองมิติ จากสมการ (4.6) เราสามารถพิจารณาขยายไปสู่ระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่มีจำนวนสายอากาศที่มากกว่าหนึ่งโดยแทนค่าสมการ (4.6) ลงในสมการ (4.2) จะได้สมการช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตดังนี้

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} G(\phi_{11})h_{11} & G(\phi_{12})h_{12} & \dots & G(\phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\phi_{21})h_{21} & G(\phi_{22})h_{22} & \dots & G(\phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G(\phi_{N_R1})h_{N_R1} & G(\phi_{N_R2})h_{N_R2} & \dots & G(\phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

โดยที่ $h_{N_RN_T}$ แทนอัตราขยายช่องสัญญาณจากสายอากาศส่งตัวที่ N_T มายังสายอากาศรับตัวที่ N_R โดยได้พิจารณาผลอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ N_R เข้าไปด้วยแล้ว

จากสมการ (4.7) เราสามารถเขียนสมการแบบจำลองจากสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

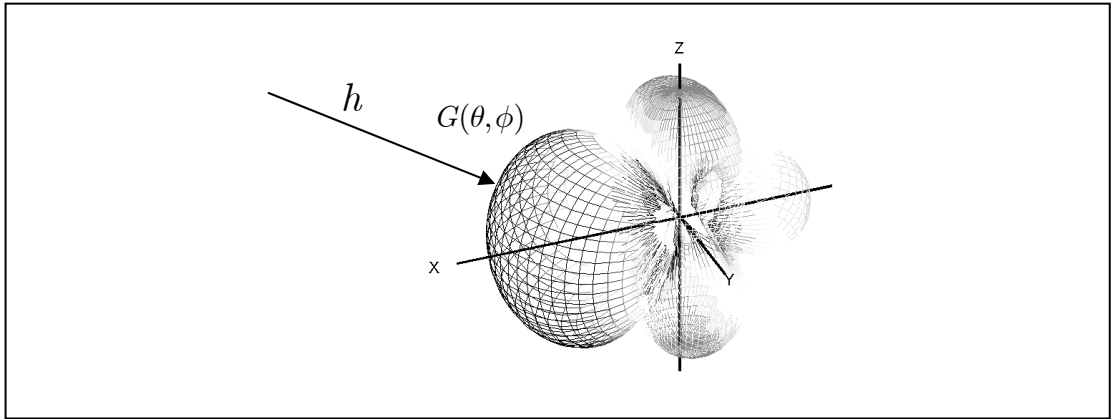
$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_a \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.8)$$

ในทำนองเดียวกันโดยอาศัยแบบจำลองระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากัน (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) และนิยามคุณลักษณะของระบบดังได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ดังนั้นเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.8) ได้เป็น

$$C_{2D} = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T} \cdot \mathbf{H}_a \mathbf{H}_a^\dagger \right) \right] \quad (4.9)$$

4.2.2 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามมิติ

โดยทั่วไปในการใช้งานจริงนั้น จะเป็นการใช้งานในสภาวะแวดล้อมลักษณะที่เป็นสามมิติ ดังนั้นหากเราพิจารณาที่สายอากาศรับในลักษณะสามมิติ เราจะต้องทำการพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่ในลักษณะที่เป็นสามมิติด้วย โดยเราสามารถพิจารณาได้ทำนองเดียวกันกับแบบจำลองในลักษณะสองมิติ จากสมการ (4.3) และ (4.4) เราจะพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณใด ๆ โดยการพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศในลักษณะสามมิติดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 อัตรายาสัญญาณและอัตรายาสายอากาศที่พิจารณาในระนาบสามมิติ
จากรูปที่ 4.3 เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของอัตรายาสัญญาณได้เป็น

$$h_A = G(\theta, \phi)h \quad (4.10)$$

โดยที่ h_A แทนอัตรายาสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตรายาสายอากาศในลักษณะสามมิติ และ $G(\theta, \phi)$ แทนอัตรายาสายอากาศแบบสามมิติ จากนั้นทำการแทนค่าสมการ (4.10) ลงในสมการ (4.2) เราจะได้อัตรายาสัญญาณ ระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยได้รวมผลของอัตรายาสายอากาศในลักษณะสามมิติแทนด้วย \mathbf{H}_A ดังนี้

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} G(\theta_{11}, \phi_{11})h_{11} & G(\theta_{12}, \phi_{12})h_{12} & \dots & G(\theta_{1N_T}, \phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\theta_{21}, \phi_{21})h_{21} & G(\theta_{22}, \phi_{22})h_{22} & \dots & G(\theta_{2N_T}, \phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G(\theta_{N_R1}, \phi_{N_R1})h_{N_R1} & G(\theta_{N_R2}, \phi_{N_R2})h_{N_R2} & \dots & G(\theta_{N_RN_T}, \phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

จากสมการ (4.11) เราสามารถเขียนสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_A \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.12)$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.10) ได้เป็น

$$C_{3D} = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T} \cdot \mathbf{H}_A \mathbf{H}_A^\dagger \right) \right] \quad (4.13)$$

4.3 สรุป

ในบทนี้ได้ อธิบายการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา สำหรับการพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ จะทำการพัฒนาแบบจำลองโดยแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น และเราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศได้จากอัตราขยายสายอากาศ โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทางและประสิทธิภาพของสายอากาศ โดยสภาพเจาะจงทิศทางจะพิจารณาค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกล ซึ่งจะพิจารณาได้ทั้งในระนาบแนวตั้ง และระนาบแนวนอน ทำให้ได้ความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศกับค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศ จากนั้นจึงนำสมการความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศ รวมกับอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อพิจารณาหาค่าความจุช่องสัญญาณใหม่ที่ได้จากการพิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย โดยสามารถแบ่งการพิจารณาออกเป็นลักษณะสองมิติ และสามมิติ เพื่อนำผลแบบจำลองที่ได้ ไปการพัฒนาเป็น โปรแกรม เพื่อใช้ในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และใช้อ้างอิงในการวัดผลและวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป

บทที่ 5

ผลการจำลองแบบและการวัดผล

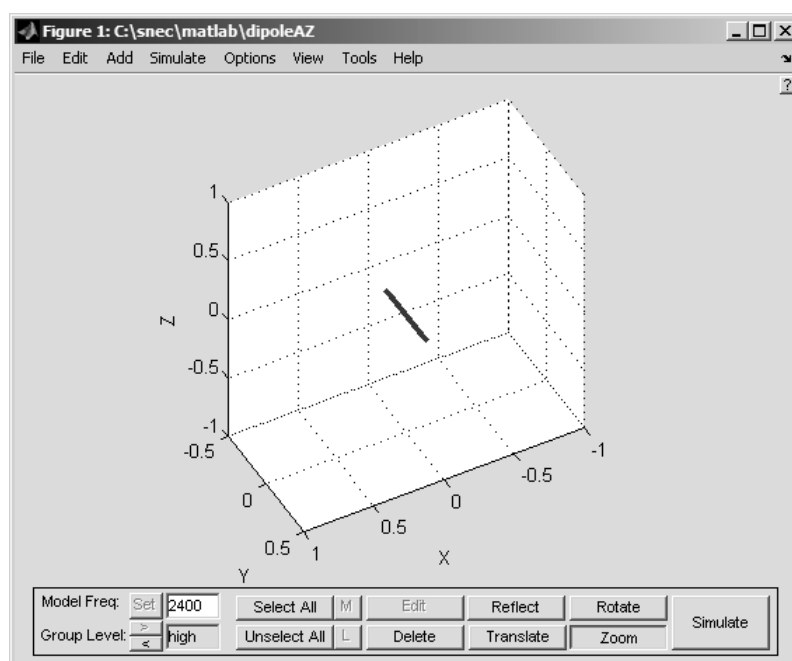
5.1 บทนำ

ในบทนี้จะเป็นการนำเอาแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้น ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ผ่านมา ทำการจำลองแบบเพื่อดูผลที่เกิดขึ้น อันเนื่องมาจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศชนิดต่าง ๆ กับความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพล็กซ์-มัลติเพล็กซ์ โดยจะอธิบายถึงที่มาของข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศชนิดต่าง ๆ ที่นำมาใช้ และขั้นตอนวิธีการทำนอร์มอลไลซ์แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ รวมทั้งอธิบายถึงรายละเอียดของวิธีการจำลองแบบ จากนั้นจะเป็นการนำแบบจำลองที่ได้ไปพัฒนาเพื่อวัดค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากแบบจำลองโดยการใช้เครื่องมือวัดในสถานะแวดล้อมภายนอกและภายในอาคารเพื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลอง และทำการวิเคราะห์ผลที่ได้จากการจำลองแบบ และการวัดผล

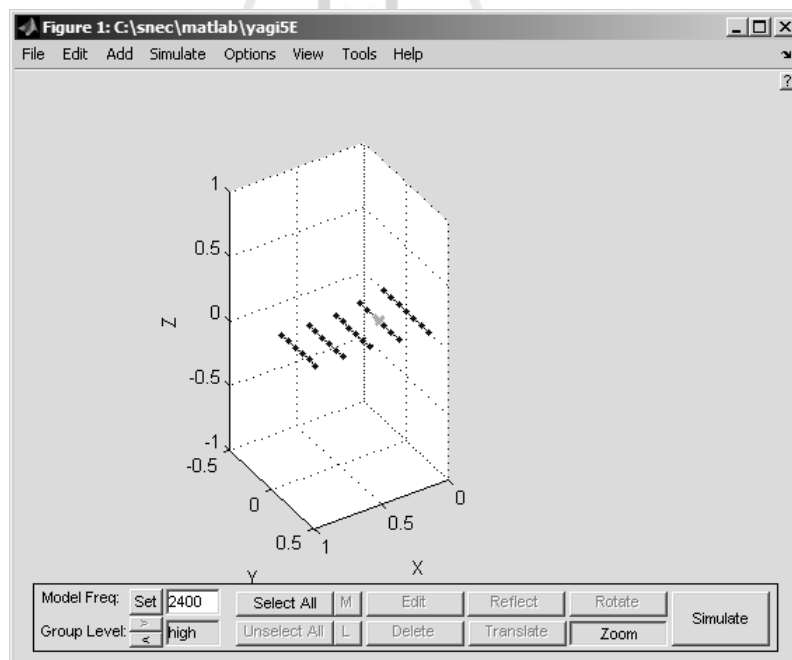
5.2 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานสายอากาศ

ในงานวิจัยฉบับนี้ได้เลือกใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก เป็นสายอากาศอ้างอิง โดยเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบมีทิศทางสองชนิด คือสายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศแบบยาแกอูเคห้ำอังก์ประกอบ เนื่องจากคุณลักษณะของสายอากาศทั้งสองแบบ มีอัตราขยายสูงสุด และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังอยู่ในเกณฑ์ที่ค่อนข้างเหมาะสม อีกทั้งเป็นสายอากาศที่มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง และมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน โดยได้ใช้โปรแกรม SuperNEC ในการจำลองผลสายอากาศ เพื่อสร้างชุดข้อมูลของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ในย่านความถี่ 2.4 กิกะเฮิรตซ์ ทั้งในลักษณะสองมิติและสามมิติ โดยข้อมูลที่ได้จะอยู่ในรูปของไฟล์ข้อมูล ซึ่งจะนำไปใช้ในการจำลองแบบ เพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพล็กซ์-มัลติเพล็กซ์ต่อไป

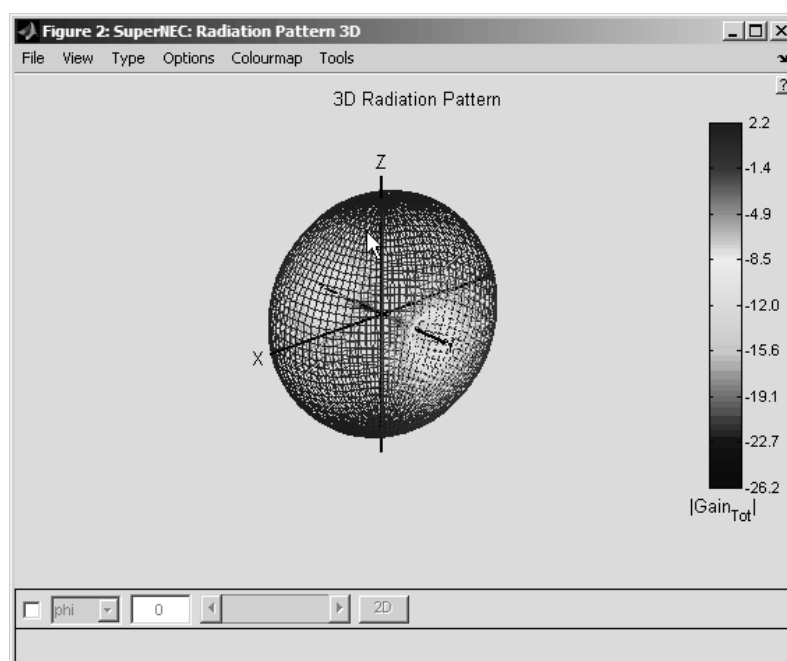
รูปที่ 5.1 แสดงถึงโครงสร้างของสายอากาศไดโพล ที่ใช้ในการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC เพื่อใช้สร้างข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ โดยให้การจัดวางสายอากาศวางอยู่ในระนาบแนวนอน และทำนองเดียวกันสำหรับสายอากาศแบบยาแกอูเคห้ำอังก์ประกอบ สามารถสร้างโครงสร้างสายอากาศโดยให้วางในระนาบแนวนอนเช่นเดียวกันกับสายอากาศไดโพล ดังรูปที่ 5.2 โดยหลังจากทำการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC แล้ว จะได้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในลักษณะสามมิติ ซึ่งสามารถนำมาแสดงเป็นกราฟได้ดังแสดงในรูปที่ 5.3 สำหรับสายอากาศไดโพล และในรูปที่ 5.4 สำหรับสายอากาศแบบยาแกอูเคห้ำอังก์ประกอบ



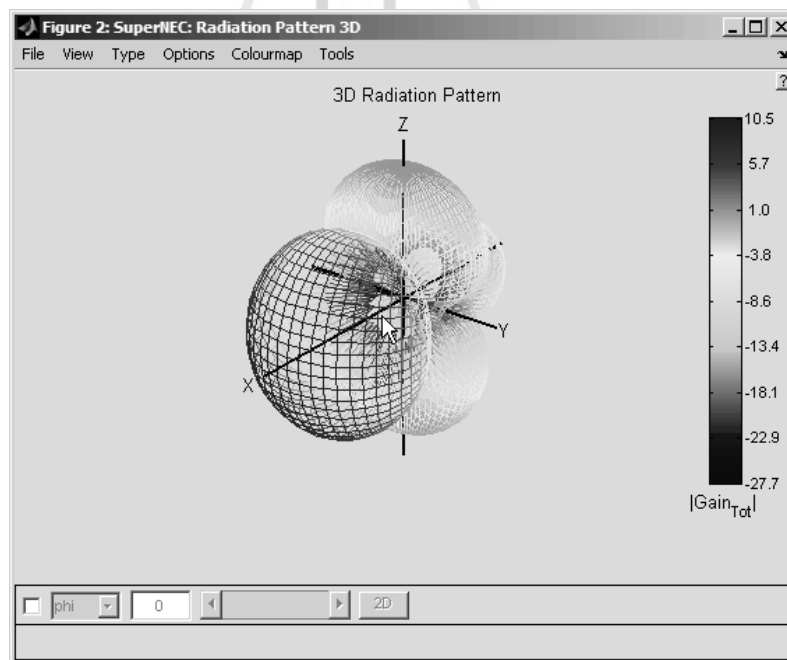
รูปที่ 5.1 โครงสร้างสายอากาศไดโพลจากโปรแกรม SuperNEC



รูปที่ 5.2 โครงสร้างสายอากาศยาคูเดห้าองค์ประกอบจากโปรแกรม SuperNEC



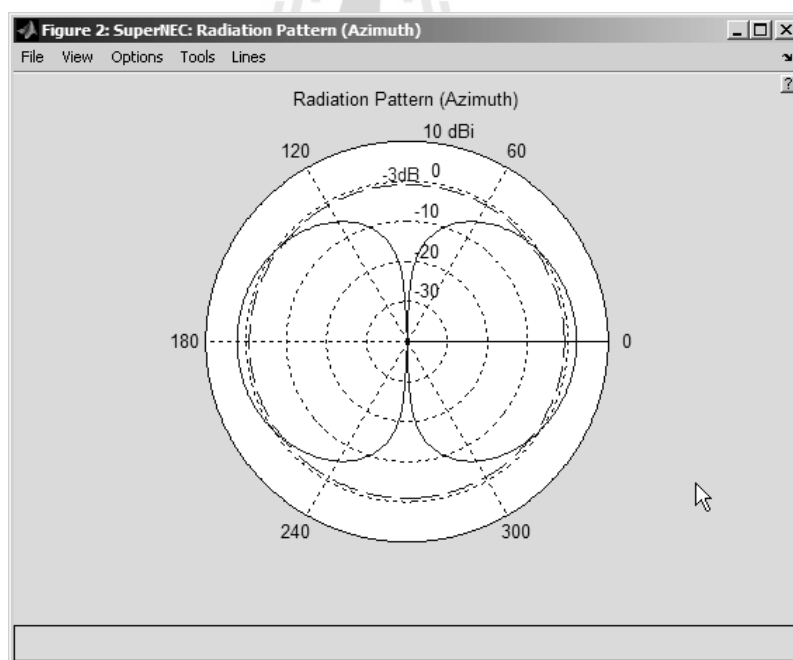
รูปที่ 5.3 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบไดโพล



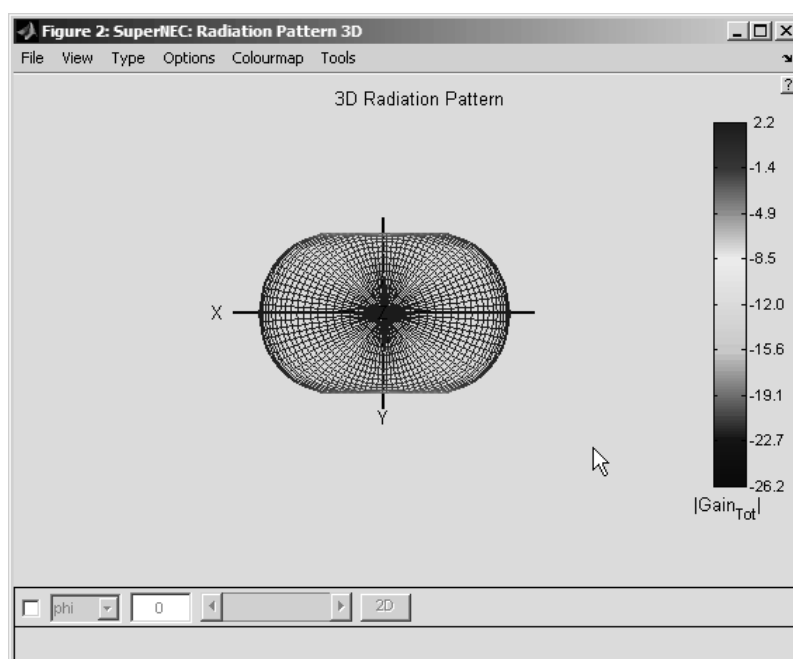
รูปที่ 5.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแบบยาคิอุดะห้ำองค้ประกอบ

โดยข้อมูลที่ได้จากการจำลองแบบด้วยโปรแกรม SuperNEC จะให้ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศทั้งในลักษณะสองมิติ และสามมิติ ดังแสดงในรูปที่ 5.5 และ 5.6 สำหรับสายอากาศไดโพล และในรูปที่ 5.7 และ 5.8 สำหรับสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบตามลำดับ โดยข้อมูลที่ได้อยู่ในรูปของไฟล์ข้อมูลที่เก็บในลักษณะแถวข้อมูลดังแสดงในรูปที่ 5.9

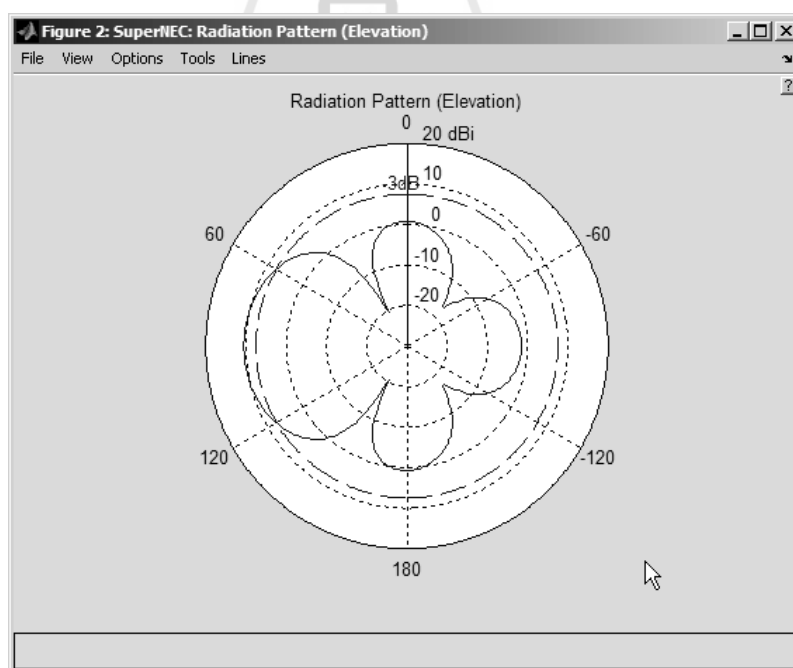
เมื่อได้ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ได้จากการจำลองแบบแล้ว ก่อนนำมาใช้ในการจำลองแบบแบบจำลองระบบมัลติเฟลอินพุท-มัลติเฟลเอาต์พุท เนื่องจากอัตราขยายของสายอากาศแต่ละชนิดจะมีค่าที่แตกต่างกัน จึงต้องมีการทำให้เป็นค่านอร์มอลไลซ์ก่อน เพื่อที่จะสามารถนำผลที่ได้จากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศแต่ละชนิดมาเปรียบเทียบกันได้ จึงต้องทำการคำนวณและแปลงค่าที่ได้จากโปรแกรม SuperNEC โดยอาศัยการเปรียบเทียบสายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศแบบยาคิอุดะห้วงค์ประกอบ กับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ให้เป็นค่าที่เป็นค่านอร์มอลไลซ์ แล้วเก็บลงไฟล์ข้อมูลใหม่ จากนั้นจึงนำไฟล์ข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการทำการจำลองแบบต่อไป



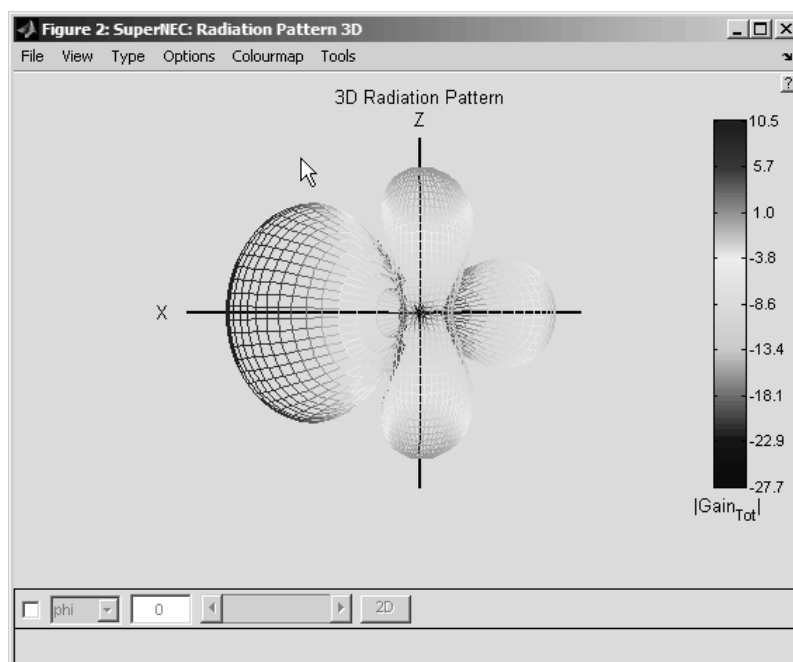
รูปที่ 5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบไดโพล



รูปที่ 5.6 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบไดโพล



รูปที่ 5.7 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติของสายอากาศแบบยาคิอุคะห้วงค์ประกอบ



รูปที่ 5.8 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติของสายอากาศแบบขาคีอูเคห้วงค์ประกอบ

View - dipoleAZ.out

File Edit View Help

--- RADIATION PATTERNS ---

-- ANGLES --
THETA PHI
PHASE
DEGREES DEGREES
DEGREES

- POWER GAINS -
VERT. HOR. TOTAL
DB DB DB
DB DB DB

--- POLARIZATION ---
AXIAL TILT SENSE
RATIO DEG.
RATIO DEG.

--- E(THETA) ---
MAGNITUDE
VOLTS/M
VOLTS/M

--- E(PHI) ---
MAGNITUDE
VOLTS/M
VOLTS/M

0.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
1.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
2.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
3.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
4.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
5.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
6.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
7.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
8.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
9.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
10.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
11.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
12.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
13.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
14.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
15.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
16.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
17.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
18.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
19.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
20.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57
21.00 0.00 -999.99 2.15 2.15 0.00000 -90.00 LINEAR 0.0000E+000 0.00 6.6998E-001 -122.57

8,025,330 bytes

Windows text

รูปที่ 5.9 ข้อมูลแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

สำหรับการทำให้เป็นค่านอร์มอลไลซ์ จะพิจารณาโดยทำการเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกซึ่งจะได้ค่าตัวแปรนอร์มอลไลซ์ Z_x สำหรับสายอากาศแต่ละชนิด ซึ่งคำนวณได้จากความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการ (5.1) สำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ

$$Z_x = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} |G(\phi)|_{\text{Directional}}^2 d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} |G(\phi)|_{\text{Isotropic}}^2 d\phi} \quad (5.1ก)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} |G(\phi)|_{\text{Normalize}}^2 d\phi = \frac{1}{Z_x} \int_{-\pi}^{\pi} |G(\phi)|_{\text{Directional}}^2 d\phi \quad (5.1ข)$$

$$G(\phi)_{\text{Normalize}} = \frac{G(\phi)_{\text{Directional}}}{\sqrt{Z_x}} \quad (5.1ค)$$

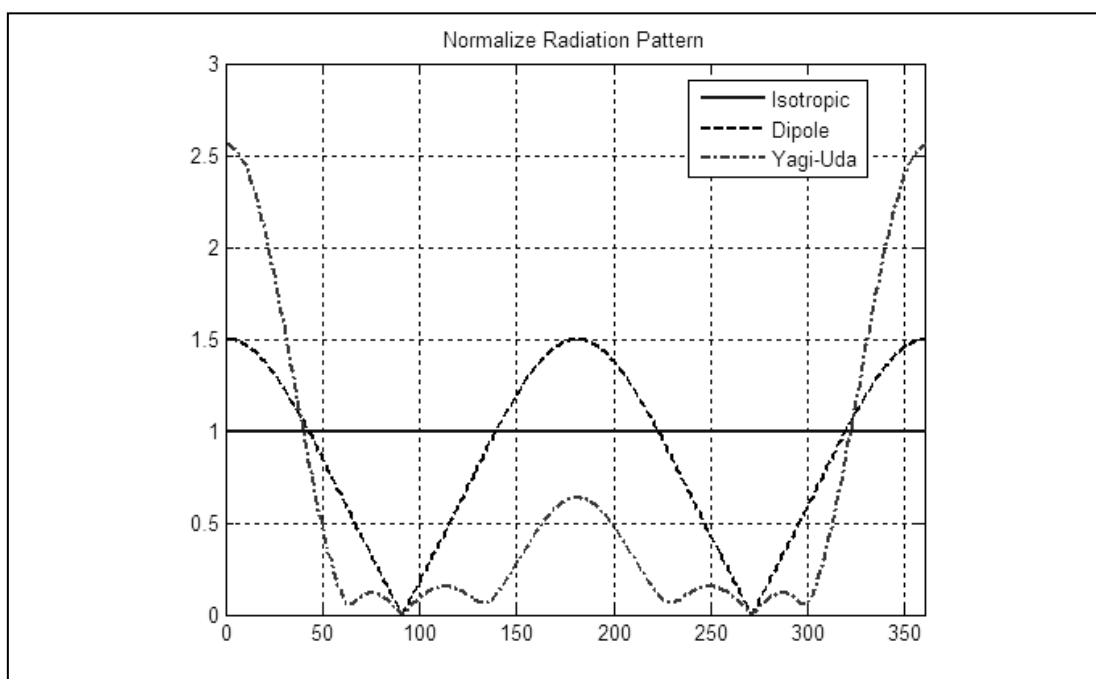
และสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ ดังสมการ (5.2)

$$Z_X = \frac{\int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |G(\theta, \phi)|_{\text{Directional}}^2 d\phi d\theta}{\int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |G(\theta, \phi)|_{\text{Isotropic}}^2 d\phi d\theta} \quad (5.2ก)$$

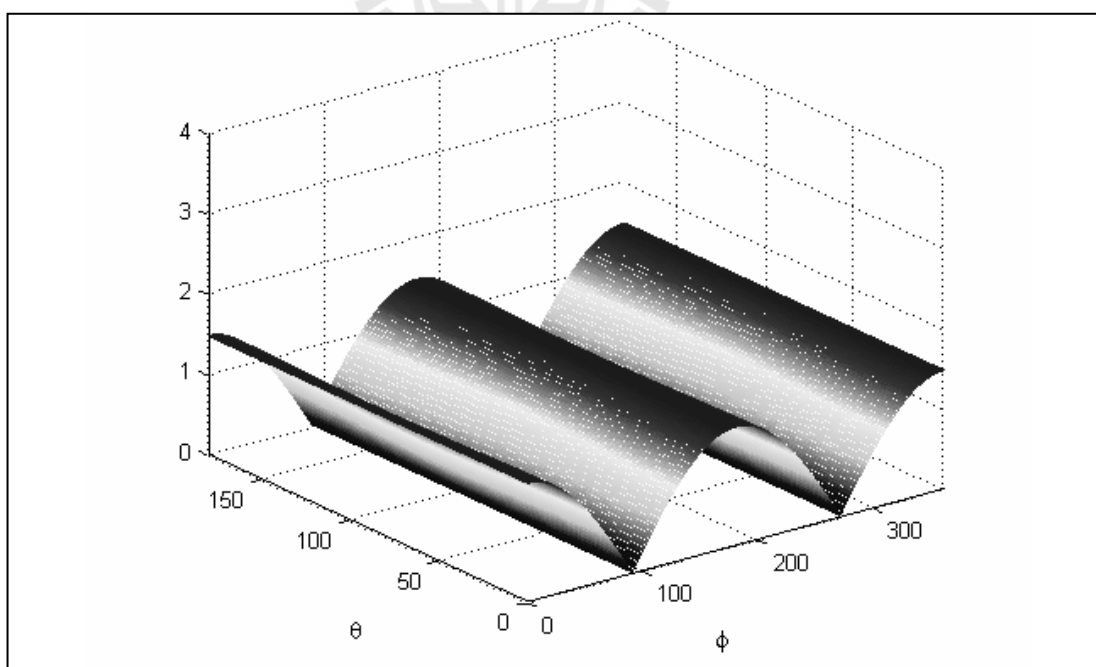
$$\int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |G(\theta, \phi)|_{\text{Normalize}}^2 d\phi d\theta = \frac{1}{Z_X} \int_0^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |G(\theta, \phi)|_{\text{Directional}}^2 d\phi d\theta \quad (5.2ข)$$

$$G(\theta, \phi)_{\text{Normalize}} = \frac{G(\theta, \phi)_{\text{Directional}}}{\sqrt{Z_X}} \quad (5.2ค)$$

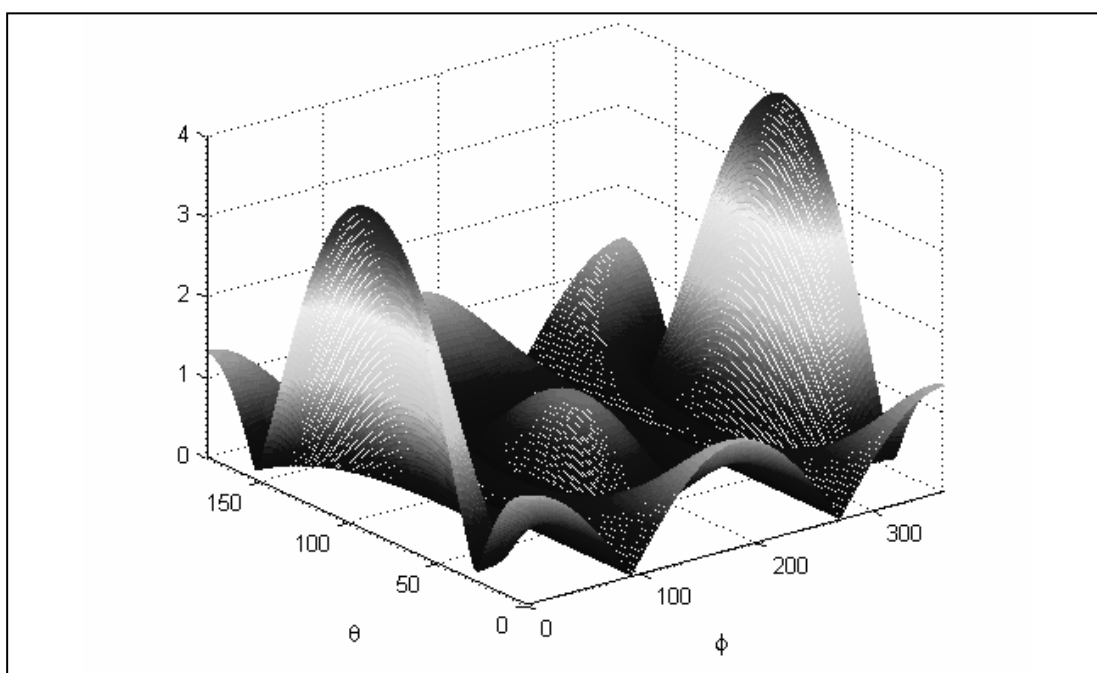
หลังได้อัตราขยายที่ให้เป็นค่านอร์มอลไลซ์แล้ว จึงนำอัตราขยายสายอากาศที่ได้ไปใช้แทนค่าในการจำลองแบบต่อไป เราสามารถนำมาแสดงค่าเป็นกราฟแบบเชิงเส้นได้ดังรูปที่ 5.10 สำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ และในรูปที่ 5.11 และ 5.12 สำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ



รูปที่ 5.10 แบบรูปการแผ่พลังงานสองมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศแบบไดโพล และยาگیอูดะห้าน่องค์ประกอบ



รูปที่ 5.11 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์ สำหรับสายอากาศไดโพล



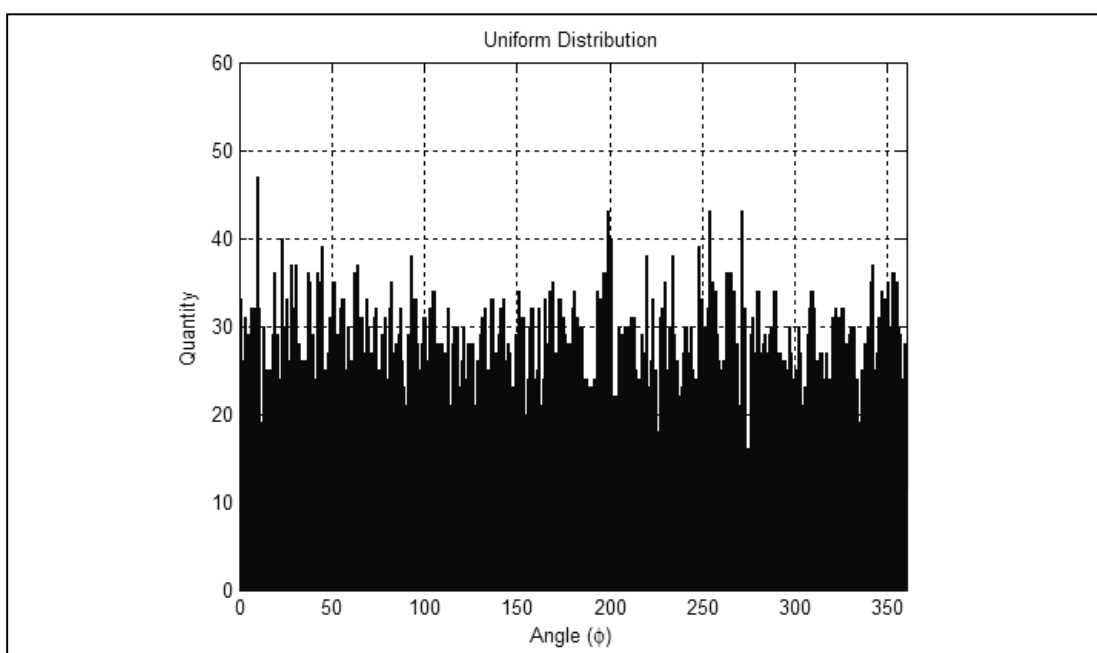
รูปที่ 5.12 แบบรูปการแผ่พลังงานสามมิติแบบนอร์มอลไลซ์สำหรับสายอากาศยาคูอะ
ห้วงค์ประกอบ

5.3 ผลการจำลองแบบโดยพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ

ในการจำลองแบบเพื่อพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่มีต่อค่าความจุของสัญญาณระบบมัลติเพล็กซ์-มัลติเพล็กซ์ ในงานวิจัยนี้จะอาศัยวิธีการจำลองแบบด้วยวิธีการมอนติ คาร์โล ซึ่งเป็นเทคนิคหนึ่งที่ใช้การสุ่มตัวอย่างค่าตัวแปรสุ่มร่วมกับการหาค่าเชิงสถิติเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ สำหรับในงานวิจัยนี้จะอาศัยแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นในบทที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาผลที่เกิดขึ้นกับค่าความจุของสัญญาณ โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งจะพิจารณาทั้งในลักษณะสองมิติและสามมิติ

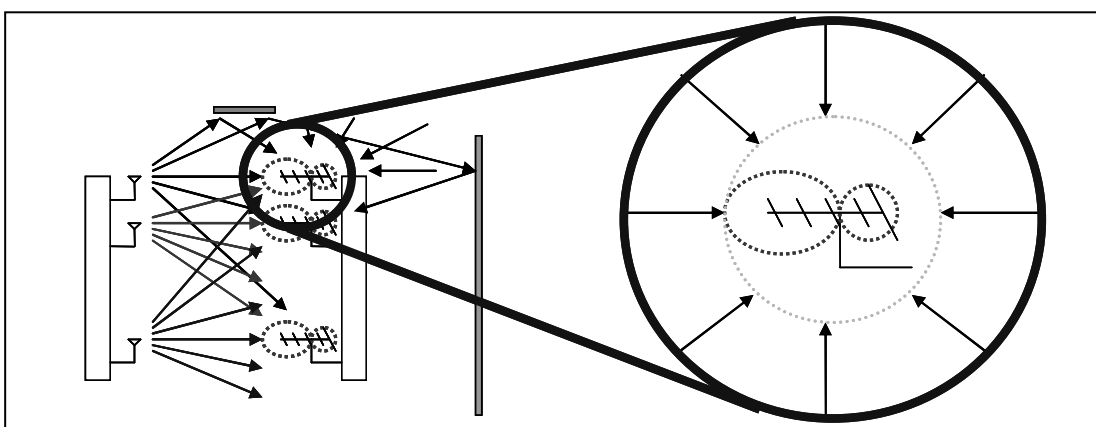
5.3.1 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสองมิติ

ในการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองที่เป็นสองมิติ ได้ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากสายอากาศสองชนิดคือ สายอากาศแบบไดโพล และสายอากาศยาคูอะห้วงค์ประกอบ นำมาเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ซึ่งเป็นสายอากาศเชิงอุดมคติที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานรอบตัวในทุกทิศทาง โดยทำการพิจารณาทิศทางของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศเฉพาะในระนาบแนวนอน โดยให้การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบเอกรูปดังแสดงในรูปที่ 5.13



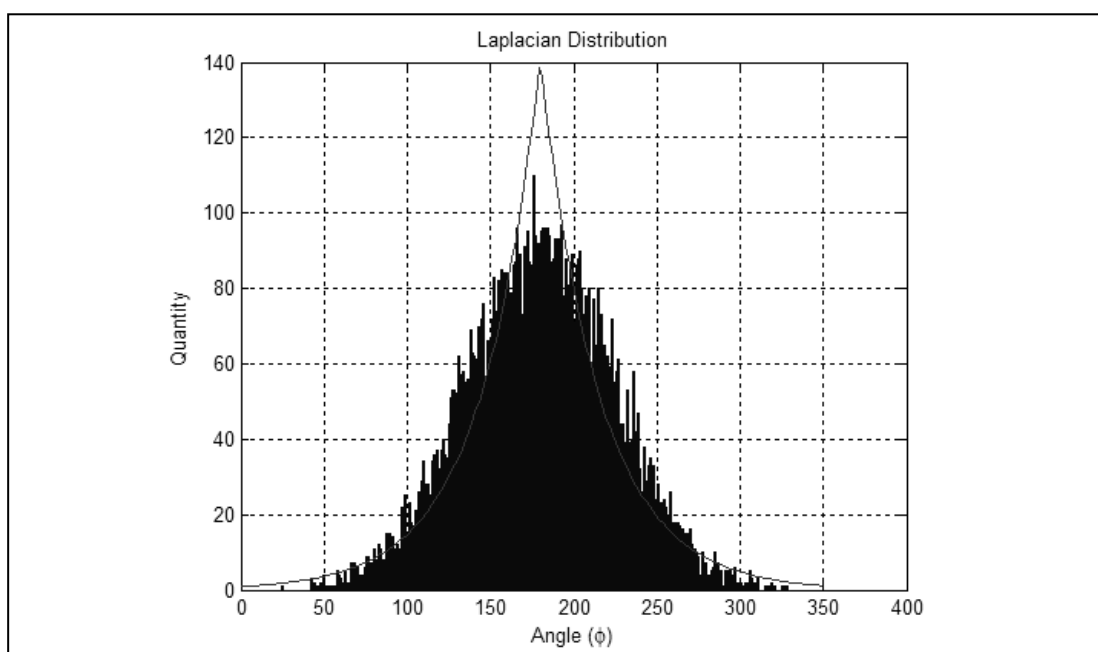
รูปที่ 5.13 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป

ซึ่งเราสามารถอธิบายลักษณะการกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปที่มาถึงสายอากาศด้านรับได้ คือในกรณีที่มีการกระจายของสัญญาณที่มาจากสายอากาศภาครับมีลักษณะการกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปจะหมายถึงทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศภาครับมีการกระจายไปในทุกทิศทางโดยมีความหนาแน่นที่เท่ากันในทุกทิศทาง หรือโอกาสของทิศทางที่สัญญาณจะเข้ามาที่สายอากาศภาครับมีค่าเท่ากันในทุกทิศทางดังรูปที่ 5.14

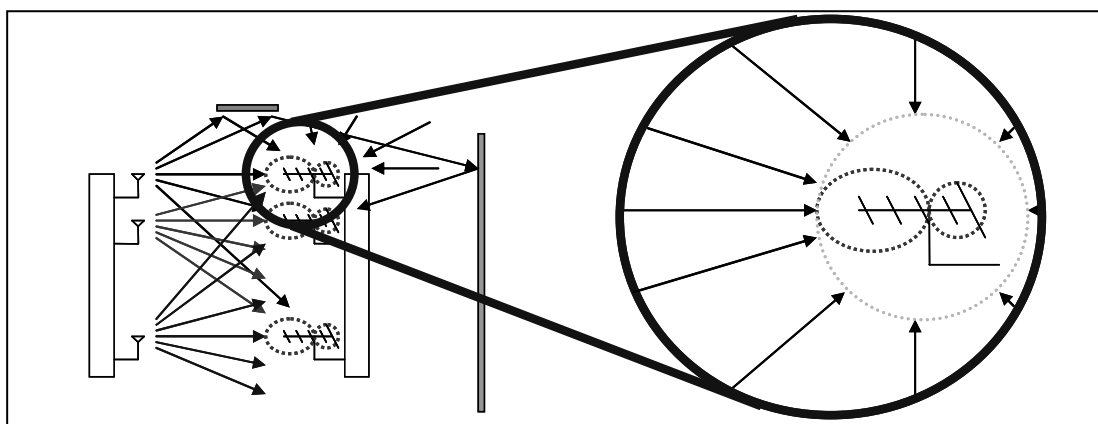


รูปที่ 5.14 การกระจายทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป

สำหรับกรณีที่ลักษณะการกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน (Laplacian distribution) แสดงดังรูปที่ 5.15 นั่นคือ ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศภาครับมีการกระจายไปในทุกทิศทางโดยมีความหนาแน่นที่ไม่เท่ากัน โดยจะมีความหนาแน่นมากในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง และในทิศทางอื่น ๆ มีค่าลดลงแบบเอ็กโพเนนเชียล ดังอธิบายในรูปที่ 5.16

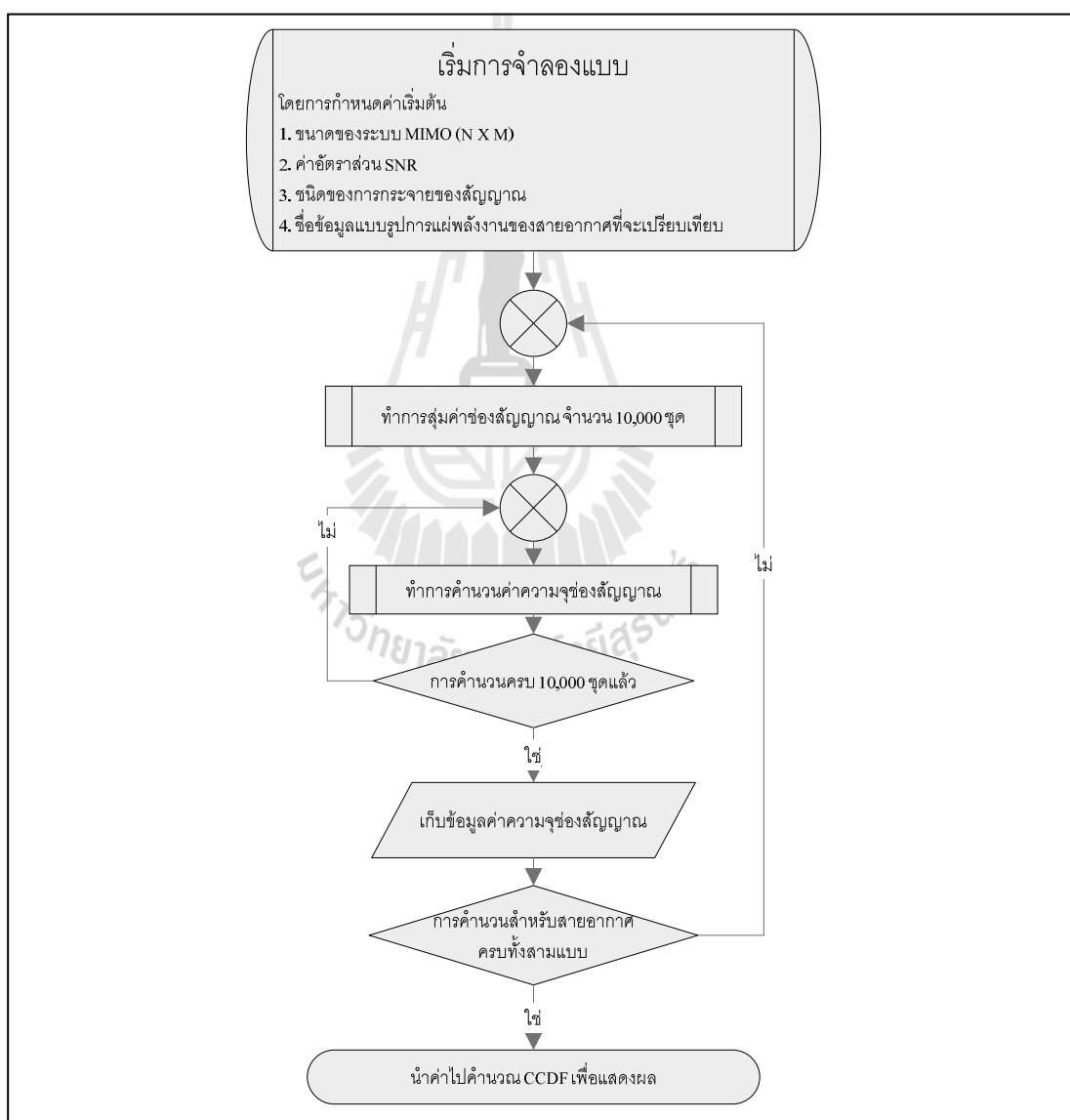


รูปที่ 5.15 การกระจายของสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน



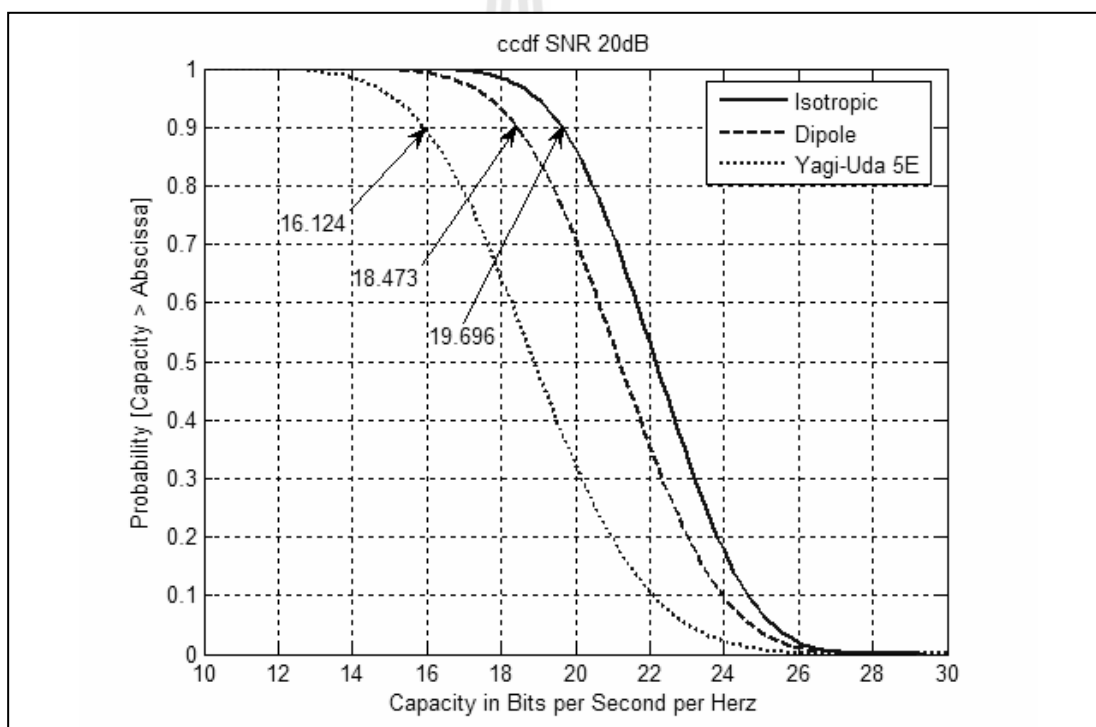
รูปที่ 5.16 การกระจายทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศภาครับที่มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน

ในการจำลองแบบจะให้มุมที่มีความหนาแน่นสูงสุดอยู่ในทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศ และทำการสุ่มค่าอัตราขยายช่องสัญญาณเพื่อนำไปคูณกับค่าอัตราขยายสายอากาศ โดยทำการสุ่มค่ามุมของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศให้มีการแจกแจงแบบเอกรูป จากนั้นจึงนำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาความจุช่องสัญญาณที่ได้จากสมการ (4.9) จำนวน 10,000 ค่า และเมื่อได้ค่าความจุช่องสัญญาณทั้งหมดแล้ว จึงทำการคำนวณค่าความจุช่องสัญญาณให้เป็นค่าที่อยู่ในรูปของค่า CCDF และดำเนินการแบบเดียวกันสำหรับกรณีการแจกแจงแบบลาปลาเซียนโดยโครงสร้างของโปรแกรมในการจำลองแบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.17

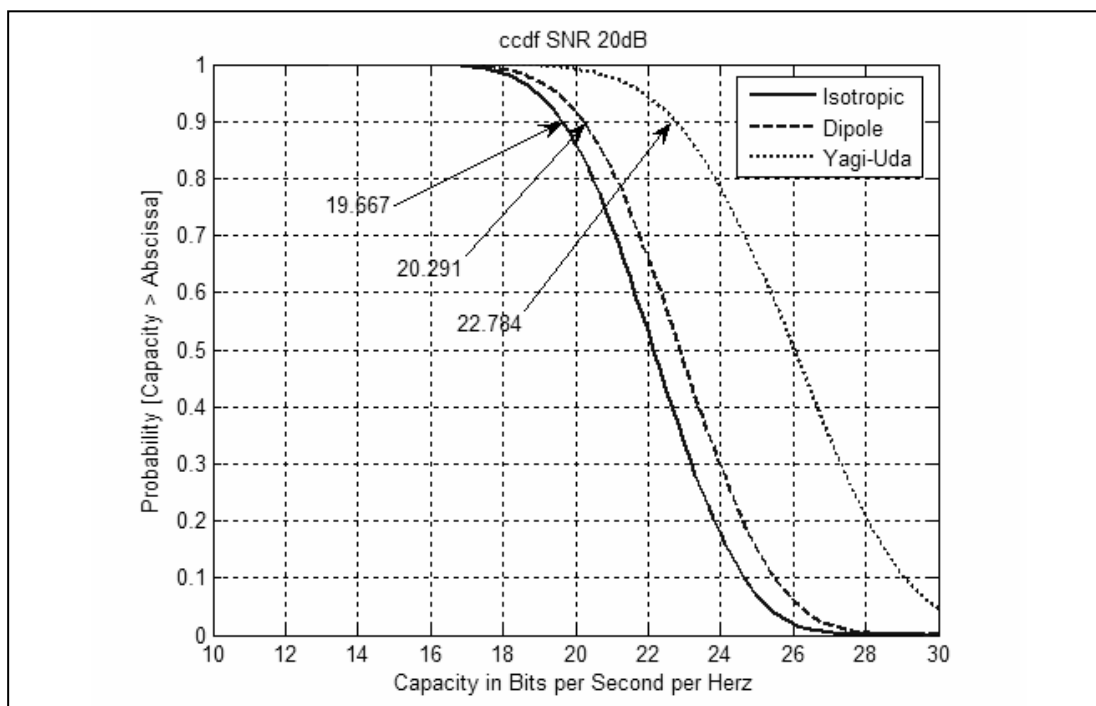


รูปที่ 5.17 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสองมิติ

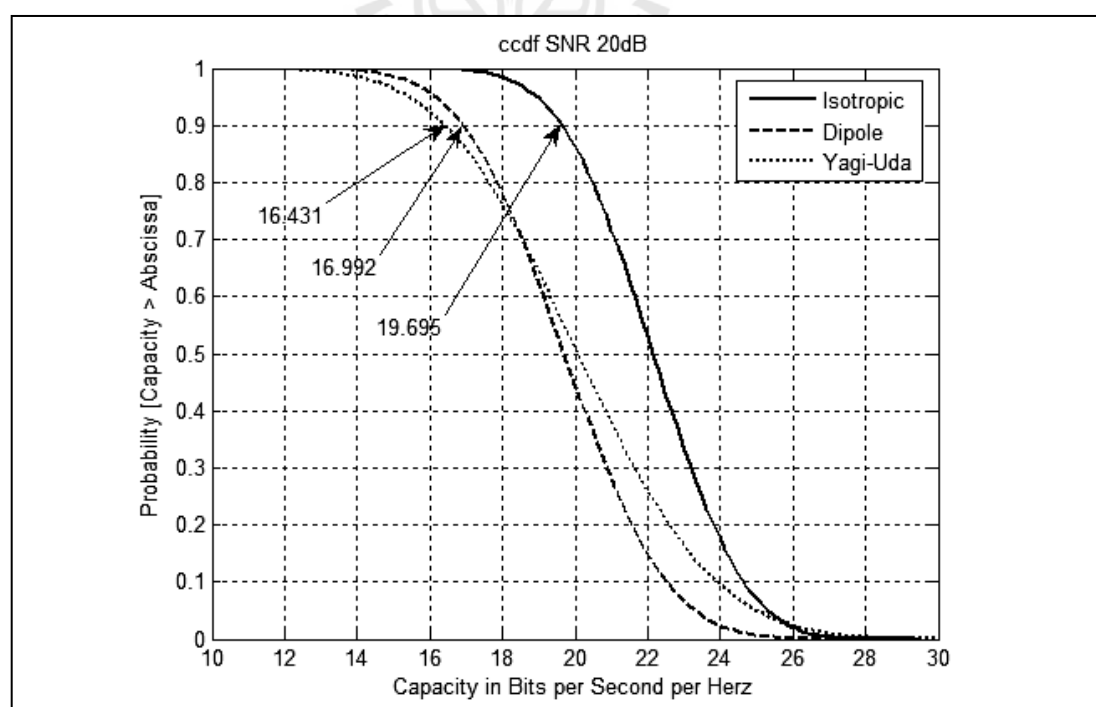
สำหรับผลการจำลองแบบที่ได้จะทำการพิจารณาเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณ โดยจะพิจารณาจากความจุช่องสัญญาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ซึ่งที่ระดับความน่าจะเป็น 90% นี้จะบอกถึงความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดขึ้นเป็น 10% แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,0.1}$ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศไดโพลและสายอากาศยาคิอุดะแบบห้วงค์ประกอบได้แสดงผลเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 5.18 สำหรับกรณีที่มีการกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป และในรูปที่ 5.19 สำหรับกรณีที่มีการกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน และถ้าเราให้การกระจายของสัญญาณมีการเบี่ยงเบนไปหรือการตั้งค่าค่าคลื่นหลักของสายอากาศในทิศทางที่เอียงไป 60 องศา จะได้ผลค่าความจุช่องสัญญาณดังรูปที่ 5.20



รูปที่ 5.18 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปที่มุม $\theta=90$, $\phi=0$



รูปที่ 5.19 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียนที่มุม $\theta = 90$, $\phi = 0$



รูปที่ 5.20 ความจุช่องสัญญาณ CCDF สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียนที่มุม $\theta = 90$, $\phi = 60$

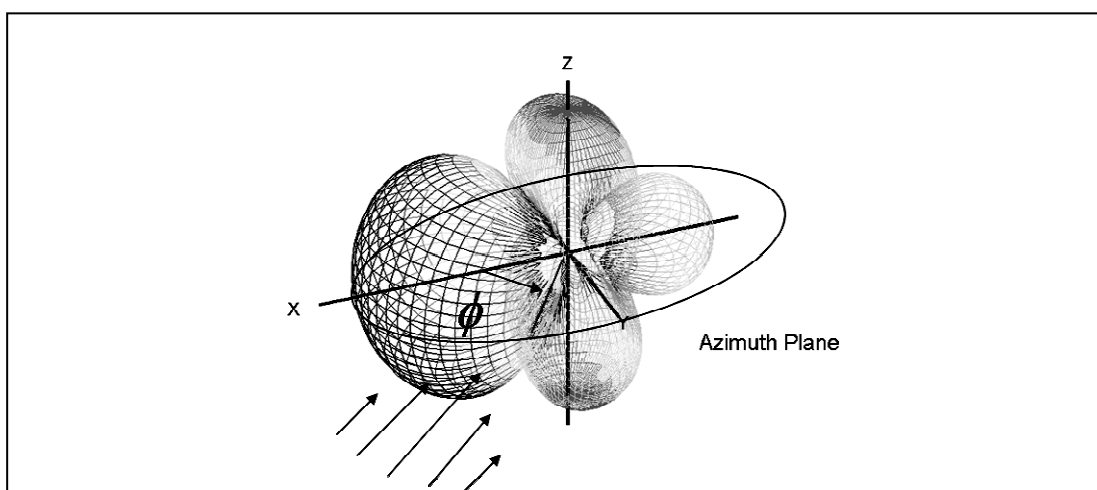
จากผลการจำลองแบบโดยใช้แบบจำลองที่พิจารณาเฉพาะในระนาบสองมิติ (พิจารณาเฉพาะระนาบแนวนอน) พบว่าในสภาวะที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ($C_{out,0.1}$) ของระบบลดลง โดยผลจากการจำลองแบบสายอากาศแบบไอโซทรอปิกให้ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ เป็น 19.696 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบให้ค่าเป็น 18.473 bps/Hz และ 16.124 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ ที่ได้จะลดลงไปเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 18.14 เปอร์เซ็นต์ สำหรับสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบและลดลง 6.21 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศ มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบเพิ่มขึ้น โดยต้องมีการตั้งทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ตรงกันด้วย ซึ่งผลจากการจำลองแบบพบว่าค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ สำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก มีค่าเป็น 19.667 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบให้ค่าเป็น 20.291 bps/Hz และ 22.784 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 15.85 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบ และเพิ่มขึ้น 3.17 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

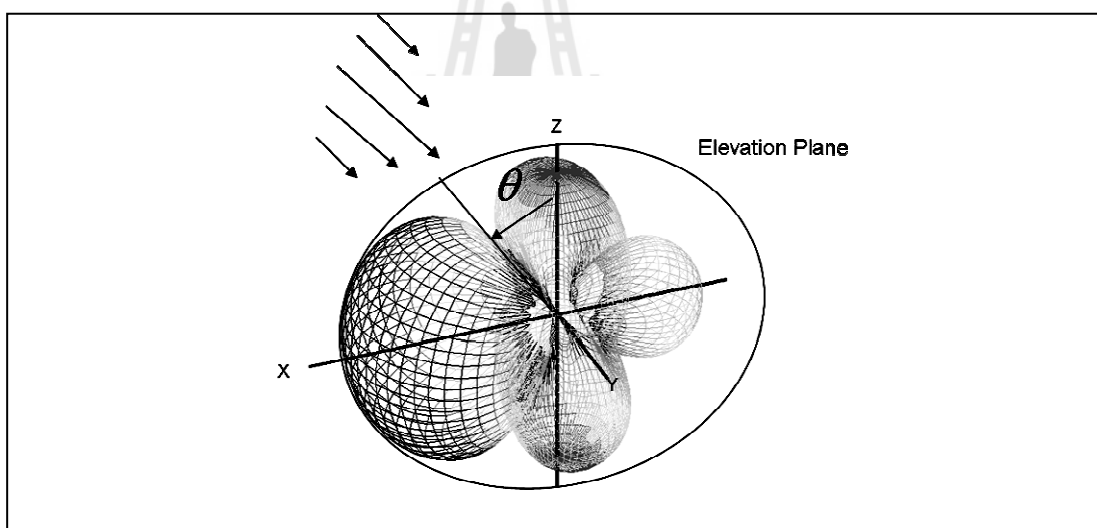
อย่างไรก็ตาม เมื่อทำการปรับทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศไป 60 องศา ทำให้ค่าความจุของสายอากาศแบบมีทิศทางจะมีค่าต่ำกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยสายอากาศแบบไอโซทรอปิกให้ค่าความจุช่องสัญญาณเป็น 19.695 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบให้ค่าเป็น 16.992 bps/Hz และ 16.431 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะลดลงไปเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 16.57 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบ และลดลง 13.52 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

5.3.2 ผลการจำลองแบบสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ

ในหัวข้อนี้จะศึกษาการนำแบบรูปการแผ่พลังงานแบบสามมิติมาพิจารณาร่วมกับแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยทำการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบด้วยแบบจำลองที่เป็นสามมิติที่ได้จากสายอากาศสองชนิดคือ สายอากาศแบบไดโพลและสายอากาศยาคิอุดะห้วงค์ประกอบ กับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกซึ่งเป็นสายอากาศเชิงอุดมคติที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานรอบตัวในทุกทิศทาง โดยทำการพิจารณาทิศทางของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง ดังแสดงรูปที่ 5.21 และ 5.22 ตามลำดับ

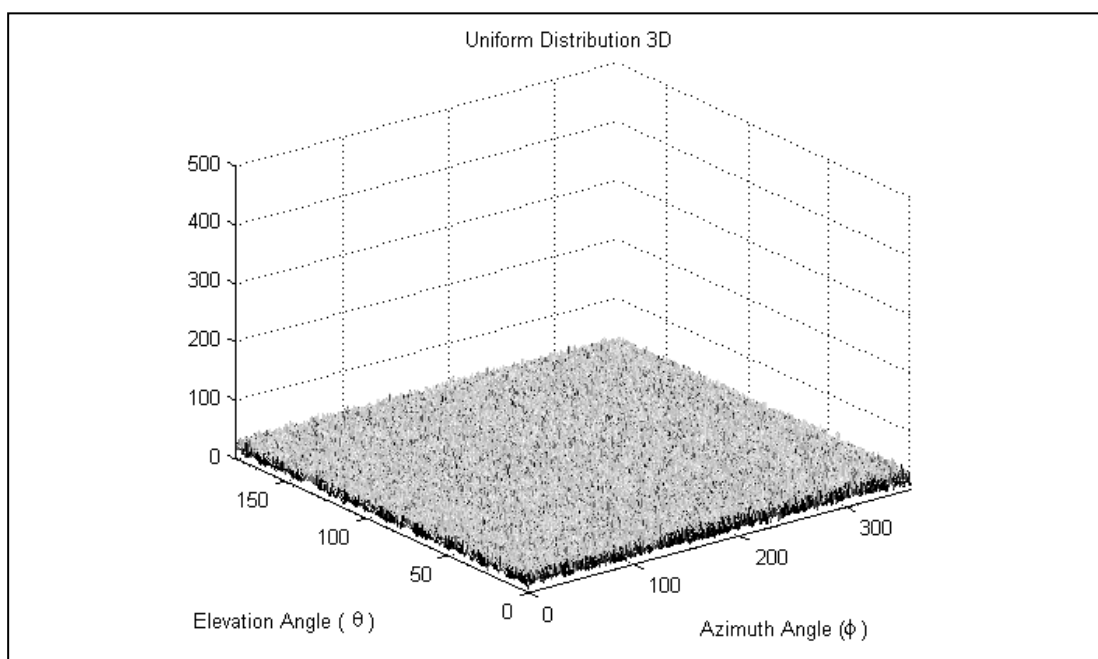


รูปที่ 5.21 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวนอน

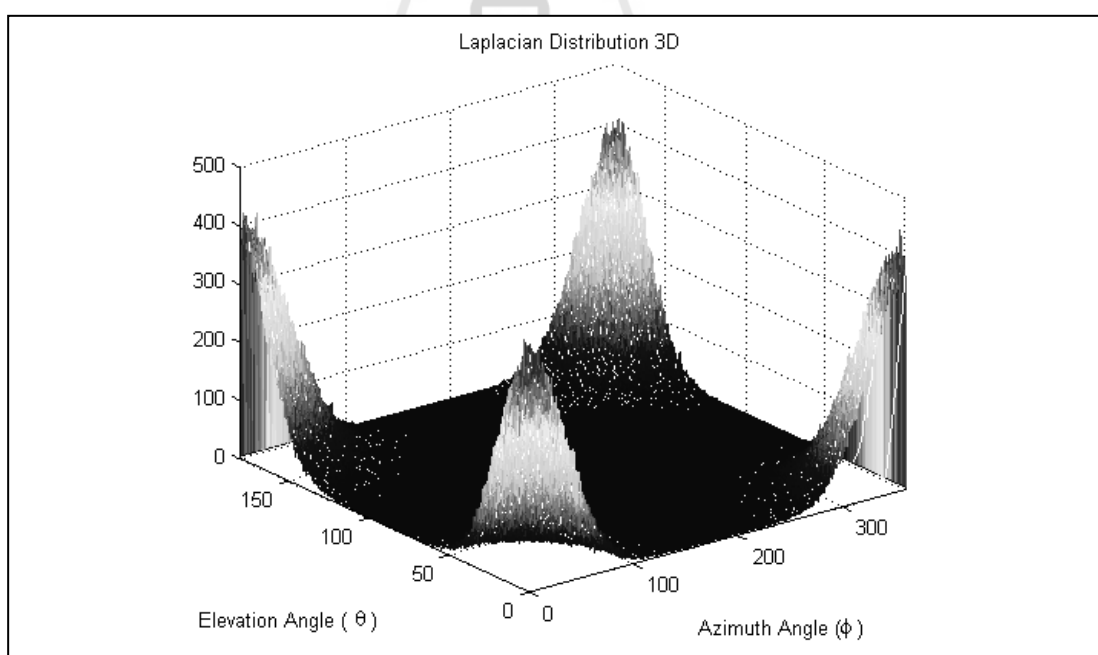


รูปที่ 5.22 ทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศในระนาบแนวตั้ง

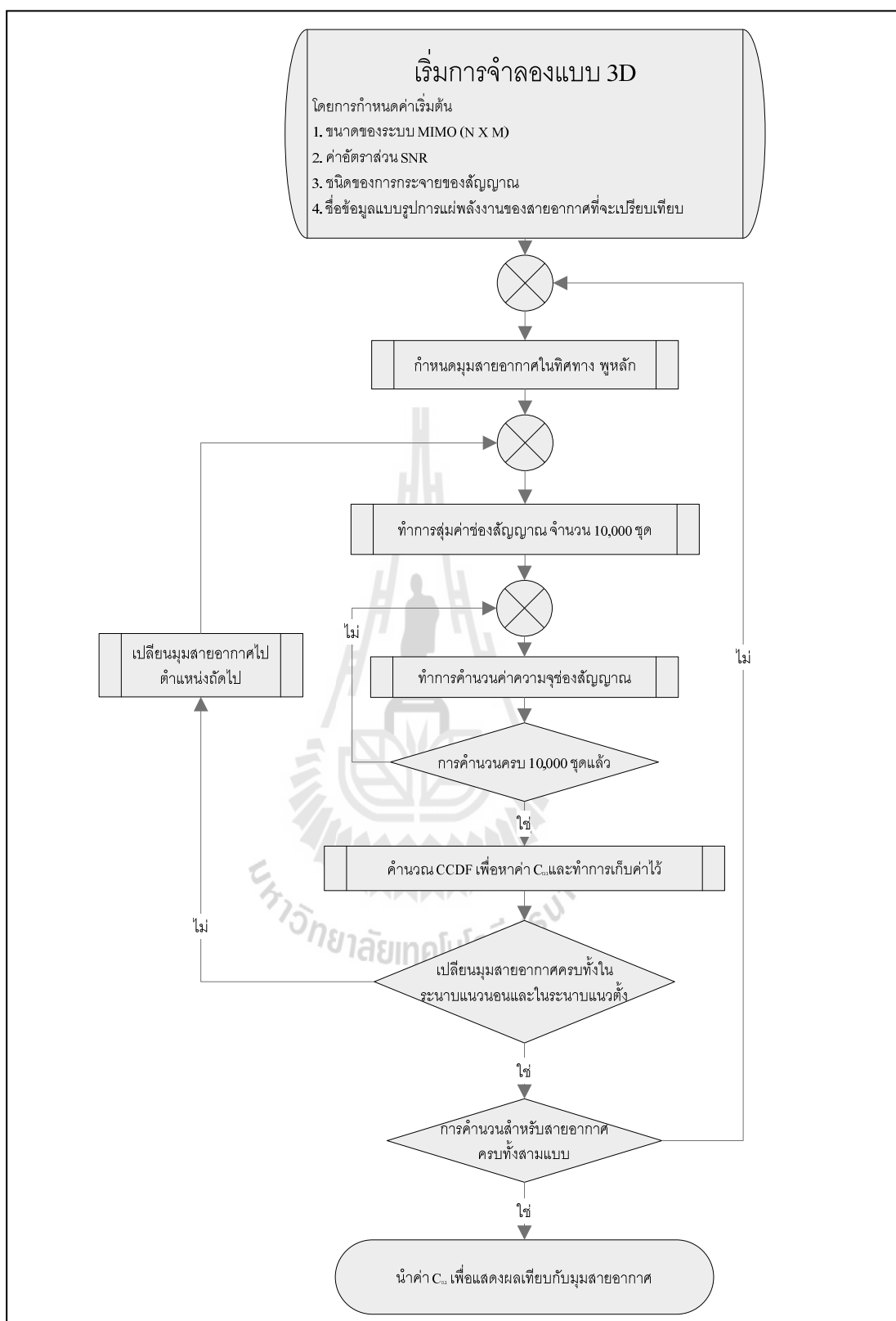
กำหนดให้ทิศทางของสัญญาณที่สายอากาศด้านรับมีการกระจายทั้งในระนาบแนวนอนและระนาบแนวตั้ง โดยการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงสามมิติ แบบลาปลาเซียนสามมิติ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.23 และ 5.24 ตามลำดับ โดยรูปที่ 5.24 จะแสดงการกระจายแบบลาปลาเซียนซึ่งมีความหนาแน่นการกระจายสูงสุดอยู่ที่มุม $\theta = 0, \phi = 0$



รูปที่ 5.23 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบเอกกรุป

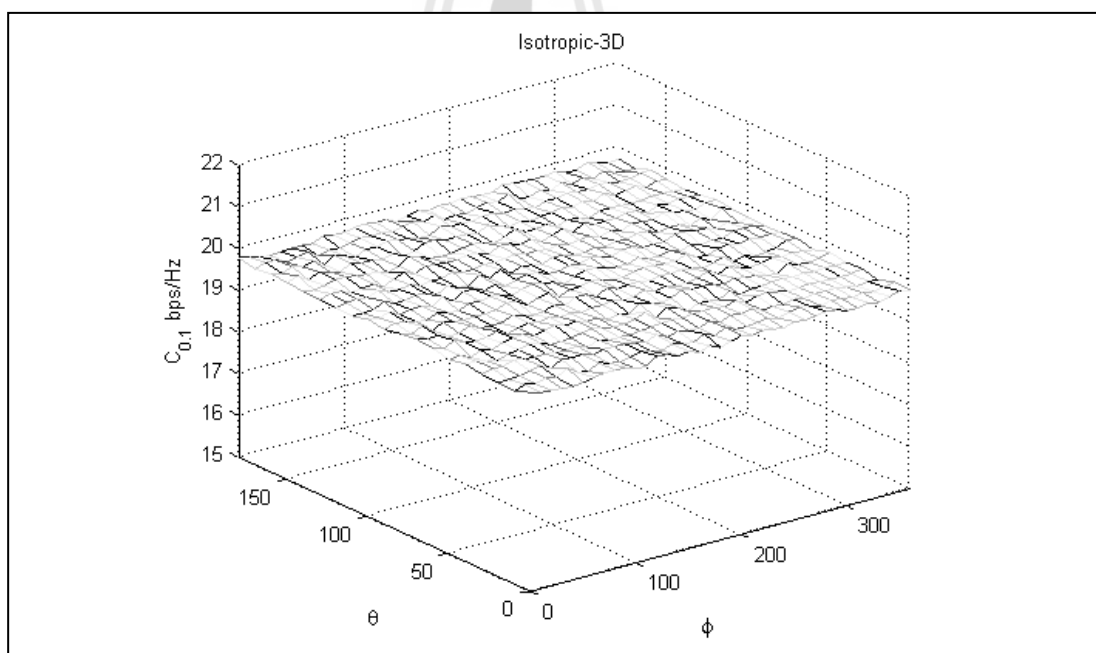


รูปที่ 5.24 การกระจายของสัญญาณที่ด้านรับแบบสามมิติที่มีการแจกแจงแบบลาพลาเซียน

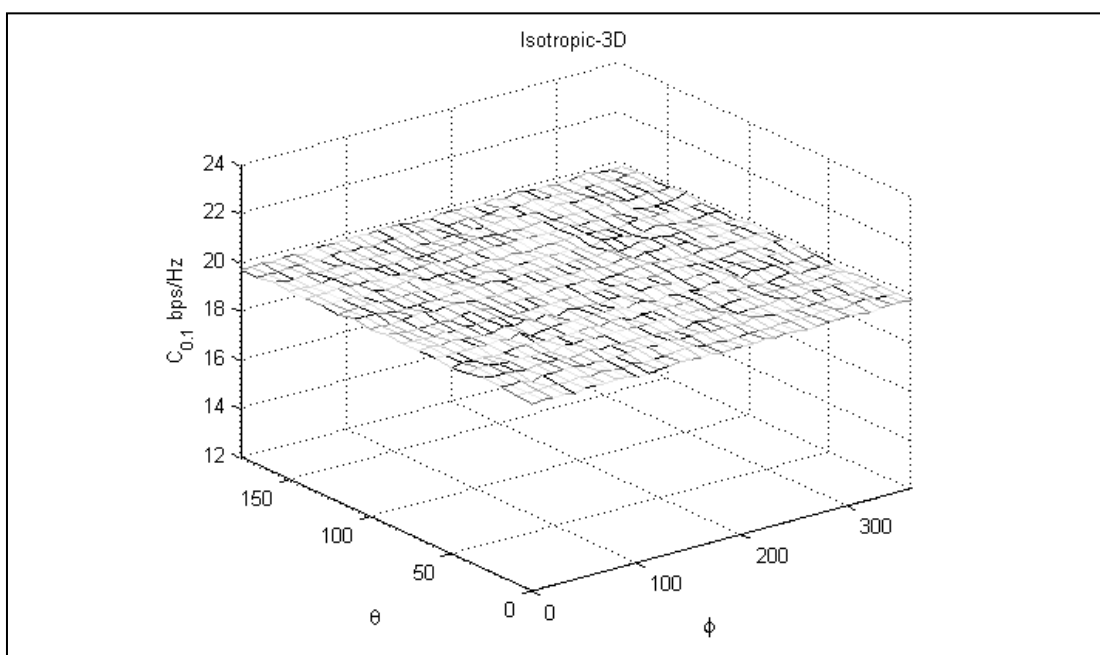


รูปที่ 5.25 ขั้นตอนการจำลองแบบสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบสามมิติ

สำหรับขั้นตอนในการจำลองแบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.25 โดยทำการหาความจุช่องสัญญาณตามสมการ (4.13) โดยการสุ่มการกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูปสำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก ไดโพล และยาคิอุตะห้วงศ์ประกอบชนิดละ 10,000 ครั้ง เพื่อหาค่า $C_{out,0.1}$ สำหรับสายอากาศแต่ละชนิดที่มุมมองศานั้น ๆ จากนั้นทำการเปลี่ยนมุมของสายอากาศกลับไปในทิศทางต่าง ๆ โดยทำการเปลี่ยนมุมของสายอากาศไปครั้งละ 5 องศาทีละรอบ ทั้งในระนาบแนวนอนและแนวตั้ง แล้วทำการคำนวณหาความจุช่องสัญญาณเข้าไปจนครบทุกมุม จากนั้นจึงนำค่า $C_{out,0.1}$ ที่ได้ในแต่ละรอบที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางของสายอากาศมาทำการหาค่าเฉลี่ยระหว่างค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศที่หาค่าคลื่อนหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ และทำการจำลองแบบซ้ำอีกครั้งโดยเปลี่ยนเป็นการแจกแจงแบบลาปลาเซียน รูปที่ 5.26 และ 5.27 แสดงค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาปลาเซียนในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกตามลำดับ



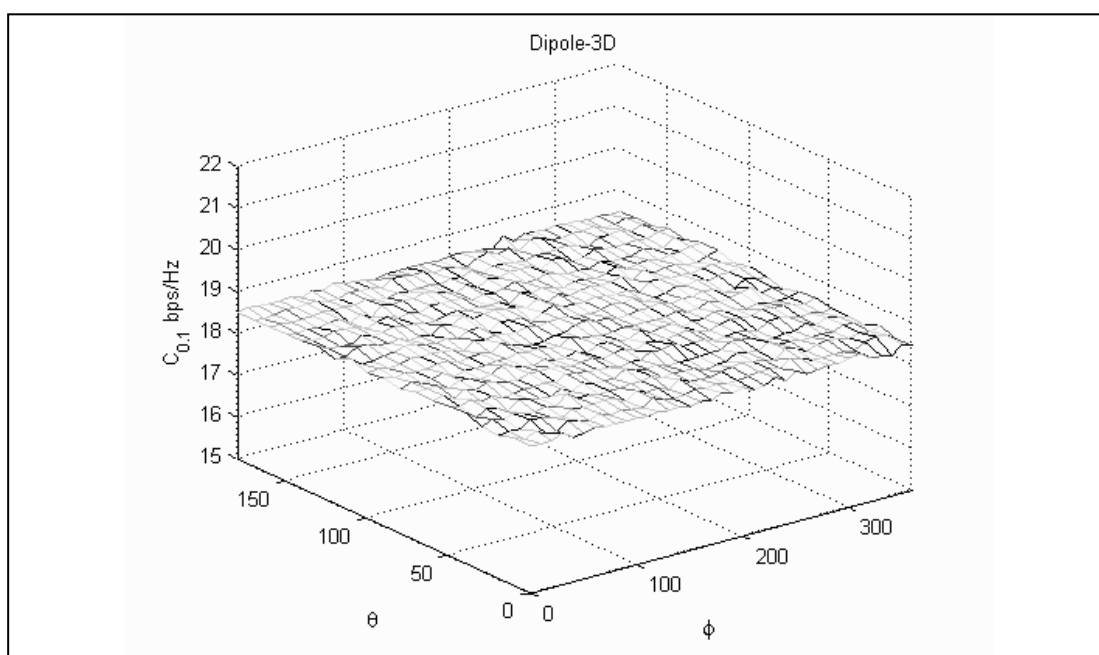
รูปที่ 5.26 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



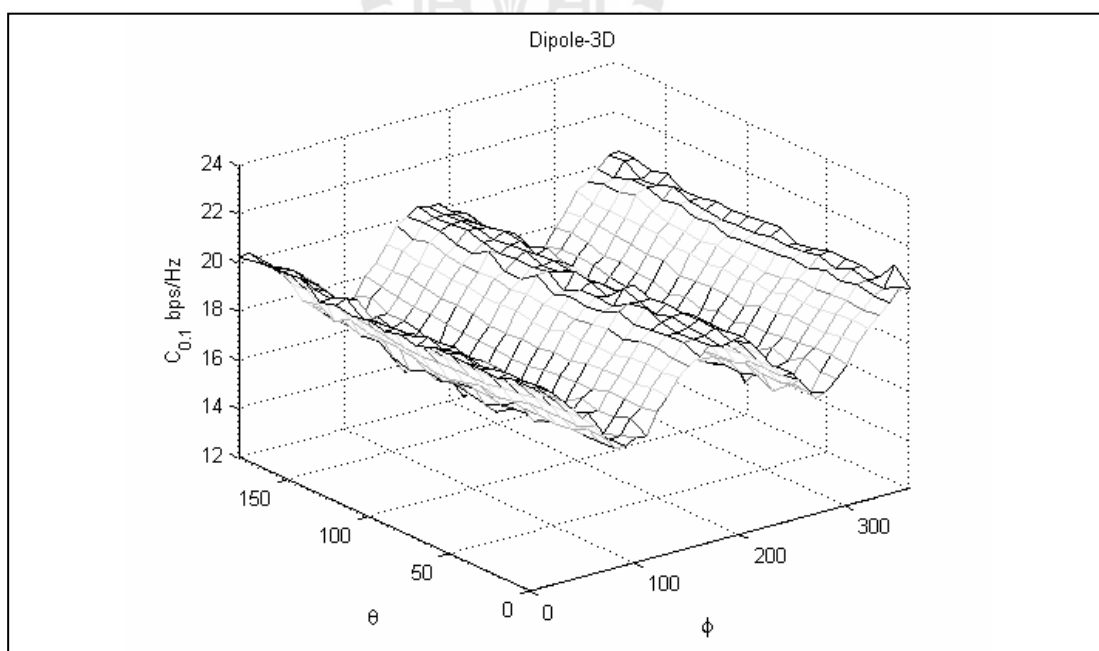
รูปที่ 5.27 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางต่าง ๆ
สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน

ผลจากการจำลองแบบสำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก พบว่า ไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใดก็ตาม ค่าความจุช่องสัญญาณทั้งกรณีที่มีการกระจายของสัญญาณแบบการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาปลาเซียน จะมีค่าความจุช่องสัญญาณที่ใกล้เคียงกัน

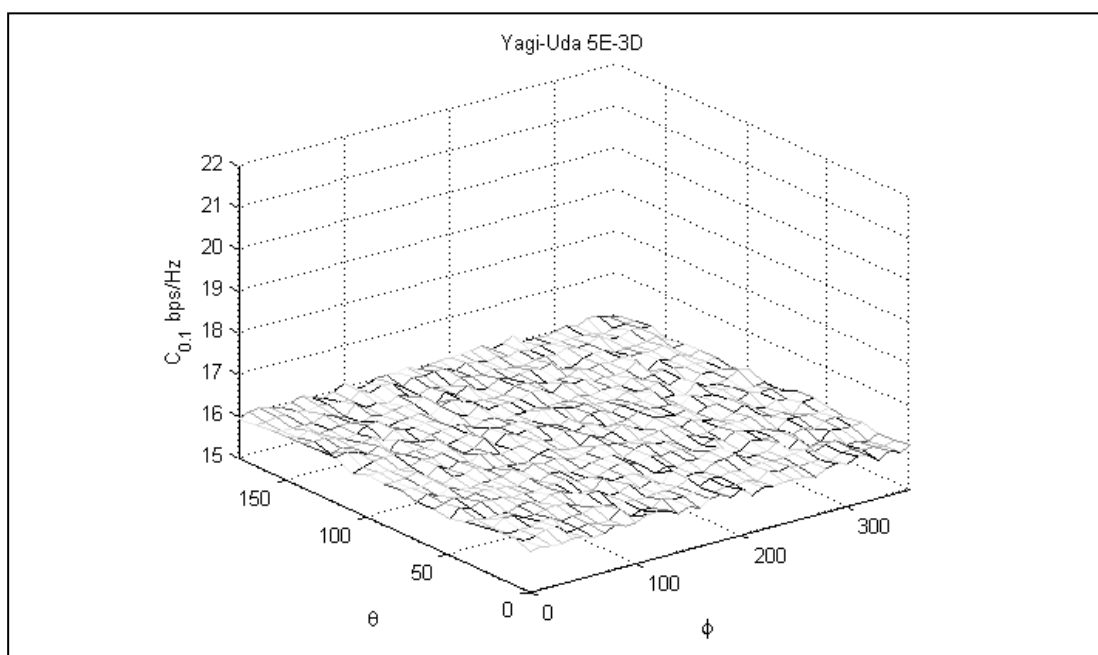
รูปที่ 5.28 และ 5.29 แสดงค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศภาครับที่ตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศไดโพล โดยมีการแจกแจงแบบเอกรูป และการแจกแจงแบบลาปลาเซียน ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบนั้น พบว่า กรณีที่มีการกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศไดโพลจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าลดลง ไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใด ๆ ก็ตาม แต่สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน พบว่า หากตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางที่เหมาะสมแล้ว จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดในที่ทิศทางที่เป็นพหุหลักของสายอากาศ หรือที่มุม $\phi = 0$ องศา และ 180 องศา แต่หากทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไม่เหมาะสมแล้วก็จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณลดลง



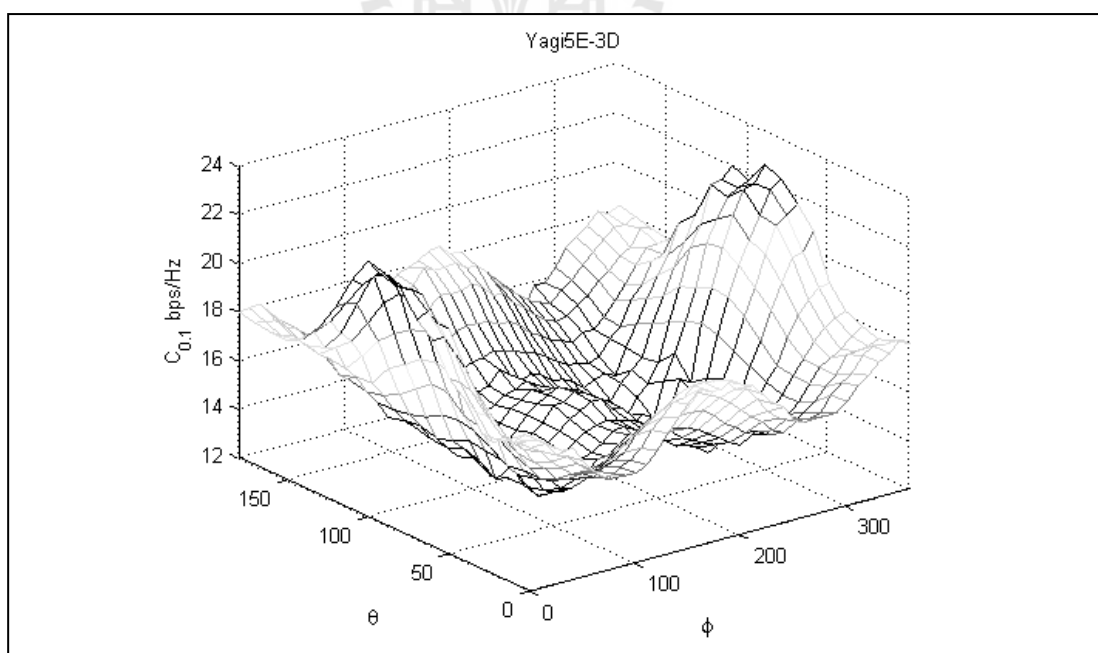
รูปที่ 5.28 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ
สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



รูปที่ 5.29 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบไดโพลในทิศทางต่าง ๆ
สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน



รูปที่ 5.30 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยาคิอุดะห้าองค์ประกอบ
ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูป



รูปที่ 5.31 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ของสายอากาศแบบยาคิอุดะห้าองค์ประกอบ
ในทิศทางต่าง ๆ สำหรับการแจกแจงแบบลาปลาเซียน

รูปที่ 5.30 และ 5.31 แสดงค่า $C_{out,0.1}$ กับมุมของสายอากาศภาครับที่ตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางต่าง ๆ สำหรับสายอากาศแบบยาคีอูเดห้าน่องค์ประกอบโดยมีการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาปลาเซียน ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบนั้นพบว่า กรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบเอกรูปนั้น สายอากาศยาคีอูเดห้าน่องค์ประกอบจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าลดลงไม่ว่าจะตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางใด ๆ ก็ตาม แต่สำหรับกรณีที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียนจะพบว่าหากตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปในทิศทางที่เหมาะสมแล้วค่าความจุช่องสัญญาณจะมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดในที่ทิศทางที่เป็นพหุหลักของสายอากาศ หรือที่มุม $\theta = 90, \phi = 0$ องศา แต่หากทิศทางสายอากาศไม่เหมาะสมแล้วก็จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณลดลงเช่นกัน

สำหรับค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบสามารถหาค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ค่าความจุเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนของค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ สรุปค่าได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ที่ได้จากการจำลองแบบ สำหรับการแจกแจงแบบเอกรูปและการแจกแจงแบบลาปลาเซียน เมื่อใช้สายอากาศชนิดต่าง ๆ

ชนิดของการแจกแจง	ชนิดของสายอากาศ	ค่าเฉลี่ย	ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
การแจกแจงแบบเอกรูป	ไอโซทรอปิก	19.6955	19.8320	19.5510	0.0532
	ไดโพล	18.4991	18.6830	18.3590	0.0576
	ยาคีอูเด	16.0130	16.1860	15.8120	0.0686
	ห้าน่องค์ประกอบ				
การแจกแจงแบบลาปลาเซียน	ไอโซทรอปิก	19.6972	19.8270	19.5620	0.0510
	ไดโพล	18.4912	20.8190	15.7070	1.2836
	ยาคีอูเด	16.1139	22.6890	12.3650	2.1226
	ห้าน่องค์ประกอบ				

สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศ มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบเพิ่มขึ้น แต่ต้องมีการตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องด้วย และถ้าพิจารณาผลสรุปที่ได้

ดังแสดงในตารางที่ 5.1 จะเห็นว่า การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณโดยเฉลี่ยลดลงจากการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกไม่มากนัก แต่เมื่อดูทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องแล้ว จะทำให้ได้ค่าความจุที่สูงกว่าการใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิก จึงทำให้การเลือกใช้สายอากาศแบบมีทิศทางมีความเหมาะสมมากกว่า เนื่องจากสามารถเพิ่มค่าความจุช่องสัญญาณได้อย่างมีนัยสำคัญ ทั้งนี้ต้องพิจารณาในสภาวะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน ซึ่งเป็นการแจกแจงในสภาวะที่เป็นภายนอกอาคาร หรือมีการสะท้อนในทิศทางด้านข้างและด้านหลังน้อยกว่าสัญญาณที่เข้ามาที่ด้านหน้า นอกจากนี้เมื่อพิจารณาในสภาวะการใช้งานจริง สายอากาศแบบมีทิศทางมักมีอัตราขยายสายอากาศที่สูงกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิก แต่ในสภาวะการจำลองแบบที่ได้ศึกษานั้นได้ลดทอนปัจจัยของอัตราขยายของสายอากาศออกโดยทำการนอร์มอลไลซ์ จึงทำให้ค่าความจุที่ได้มีลักษณะที่เป็นดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น หากเราพิจารณาค่าความจุช่องสัญญาณโดยไม่ทำการนอร์มอลไลซ์ของสายอากาศแบบมีทิศทางที่มีอัตราขยายที่สูงกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิกในทิศทางที่เป็นลำคลื่นหลักของสายอากาศ ทำให้ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนของระบบมีค่าสูงขึ้น และจะส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้มีค่ามากขึ้นด้วยเช่นกัน

5.4 การวัดผลแบบจำลอง

ในส่วนนี้จะเป็นการนำผลที่ได้จากแบบจำลองมาทำการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวัดโดยอาศัยชุดเครื่องมือวัดและทดสอบ เพื่อเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้นในการใช้งานจริงกับผลที่ได้จากแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ที่ได้ทำการออกแบบและพัฒนา โดยการพิจารณาวัดผลเปรียบเทียบในสองลักษณะ คือ เปรียบเทียบผลที่ได้ในสภาวะแวดล้อมที่เป็นการใช้งานภายในอาคาร และการใช้งานภายนอกอาคาร

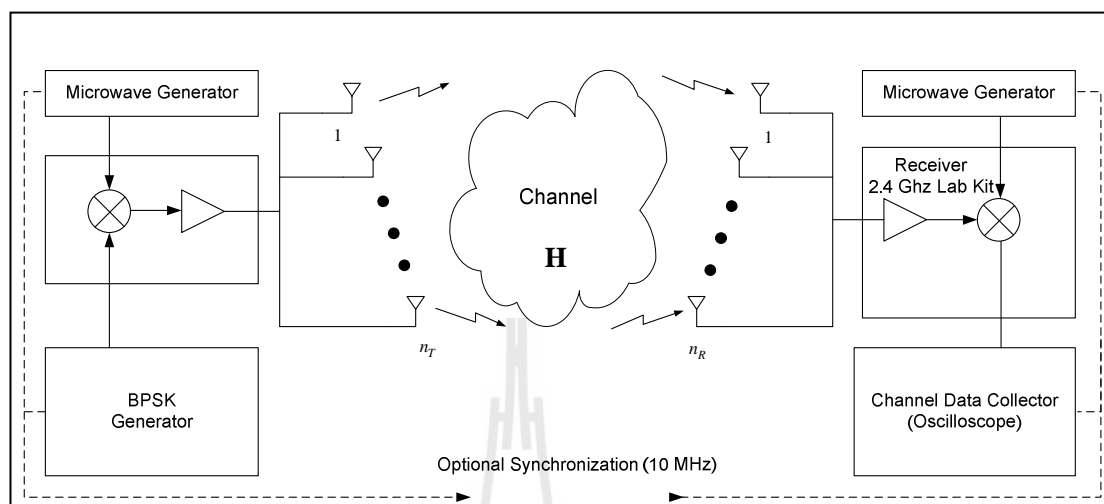
5.4.1 การวัดผลแบบจำลองในสภาวะภายในและภายนอกอาคาร

ในการวัดผลความจุช่องสัญญาณ จะเป็นการวัดค่าสัญญาณโดยทำการส่งสัญญาณในรูปแบบ BPSK ผ่านสัญญาณพาห้ที่ความถี่ 2.4 GHz ไปยังสายอากาศภาคส่งที่เป็นสายอากาศแบบไดโพล และทำการวัดค่าโดยอาศัยค่าขนาดและมุมของสัญญาณที่ภาครับดังสมการ

$$y(t) = i(t) + jq(t) \quad (5.1)$$

โดยจะทำการวัดค่าที่ภาครับเปรียบเทียบกับกัน ระหว่างจากสายอากาศแบบโมโนโพลและสายอากาศแบบยาคิอุดะโดยการเชื่อมต่อระบบภาครับและภาคส่งและเครื่องมือที่ใช้ในการวัดค่าดัง

แสดงในรูปที่ 5.32 สำหรับรูปที่ 5.33 จะเป็นการวัดวงเครื่องมือวัดสำหรับการวัดค่าในสภาวะแวดล้อมภายในอาคาร



รูปที่ 5.32 แผนภาพแสดงการเชื่อมต่อระบบที่ใช้ในการวัดค่าสัญญาณ



รูปที่ 5.33 ชุดอุปกรณ์วัดค่าช่องสัญญาณ

ผลการวัดค่าที่ได้จากระบบจะนำไปใช้แทนค่าในแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณด้วยโปรแกรม เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการจำลองแบบ โดยมีการหาค่าความสูญเสียของระบบดังแสดงในตารางที่ 5.2 และทำการแสดงค่าให้อยู่ในรูปแบบ CCDF ต่อไป

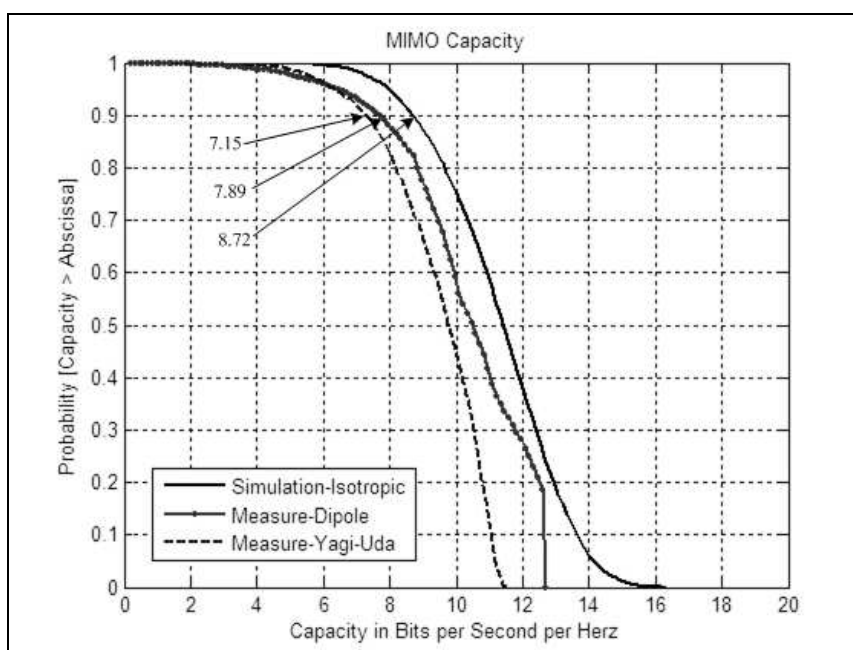
ตารางที่ 5.2 ค่าอัตราขยายและความสูญเสียของระบบที่ใช้ในการวัด

อัตราขยายสายอากาศภาคส่ง	3 dB
อัตราขยายสายอากาศภาครับ(ไดโพล)	3 dB
อัตราขยายสายอากาศภาครับ(ยางิอุดะ)	7 dB
ระยะห่างระหว่างสายอากาศภาคส่งและภาครับ	3.5 เมตร
อัตราความสูญเสียระบบภาคส่ง	-1.1 dB
อัตราความสูญเสียระบบภาครับ	-3.5 dB

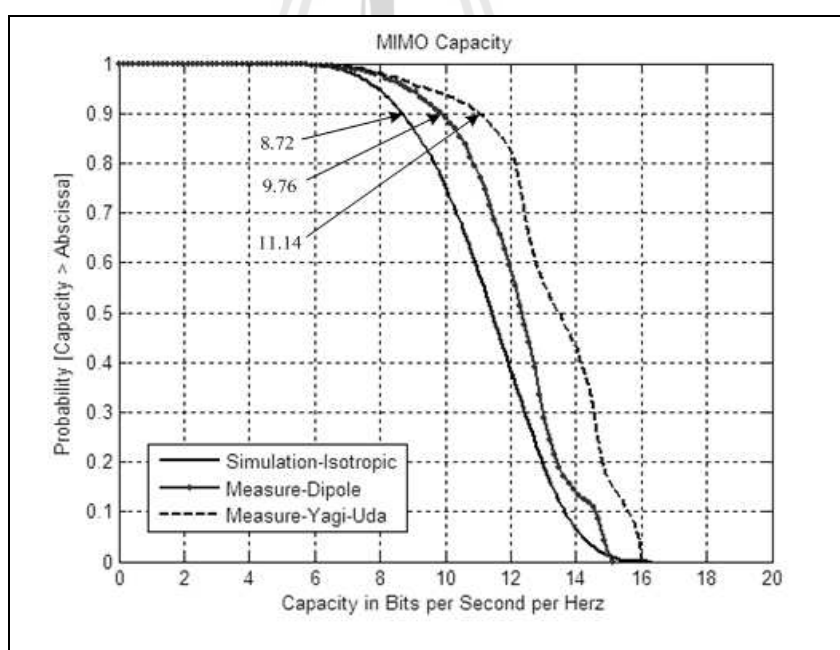
5.4.2 ผลการวัดและค่าความจุช่องสัญญาณในสถานะภายในและภายนอกอาคาร

จากผลการวัดที่ได้โดยทำการวัดค่าภายในห้องปฏิบัติการแทนสถานะแวดล้อมภายในอาคารและการวัดค่าที่บริเวณลานจอดรถแทนสถานะแวดล้อมภายนอกอาคาร จากนั้นจึงนำผลที่ได้จากการวัดค่าไปคำนวณหาค่าความจุช่องสัญญาณและนำมาแสดงค่าเปรียบเทียบกับกันดังแสดงในรูปที่ 5.34 และ 5.35

จากรูปที่ 5.34 และ 5.35 จะเห็นได้ว่าการใช้สายอากาศแบบมีทิศทางในสถานะแวดล้อมที่มีการกระจายสัญญาณแบบไม่มีทิศทาง จะส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบมีค่าลดลง และสำหรับในสถานะแวดล้อมภายนอกอาคารที่มีการกระจายสัญญาณไปในทิศทางที่สายอากาศภาคส่งอยู่นั้น การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะช่วยให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าเพิ่มขึ้นได้ ซึ่งผลที่ได้จากการวัดค่าทั้งในสถานะแวดล้อมทั้งภายในและภายนอกอาคารสอดคล้องกับผลที่ได้จากการจำลองแบบ ซึ่งสามารถสนับสนุนความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้จากงานวิจัยนี้ได้



รูปที่ 5.34 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ในสภาวะแวดล้อมภายในอาคารเปรียบเทียบระหว่างสายอากาศแบบต่าง ๆ



รูปที่ 5.35 ความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ ในสภาวะแวดล้อมภายนอกอาคารเปรียบเทียบระหว่างสายอากาศแบบต่าง ๆ

โดยจากผลการวิเคราะห์ค่าความจุของช่องสัญญาณเมื่อใช้สายอากาศแบบมีทิศทาง สำหรับสถานะแวดล้อมภายในอาคารนั้นจะส่งผลให้ค่าความจุช่องสัญญาณของระบบมีค่าลดลง แต่การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางในสถานะแวดล้อมภายนอกอาคารจะช่วยให้ค่าความจุช่องสัญญาณมีค่าเพิ่มขึ้นได้ โดยผลการทดลองนั้นมีค่าน้อยกว่าผลการจำลองเนื่องจากการสูญเสียต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระบบ แย่งไรก็ตามผลที่ได้ทั้งจากการจำลองแบบและการทดลองนั้นมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน สามารถแสดงผลสรุปได้ดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 ค่าความจุของช่องสัญญาณของสายอากาศ Dipole และ Yagi-Uda ทั้งในสถานะแวดล้อมภายในและภายนอกอาคาร เมื่อเปรียบเทียบกับสายอากาศแบบ Isotropic

สภาพแวดล้อม	รูปแบบสายอากาศ	ค่าความจุของช่องสัญญาณเมื่อเทียบกับ Isotropic	
		ผลการจำลองแบบ	ผลการทดลอง
ภายในอาคาร (Indoor)	Dipole	ลดลง 9.25%	ลดลง 6.21%
	Yagi-Uda	ลดลง 18.00%	ลดลง 18.14%
ภายนอกอาคาร (Indoor)	Dipole	เพิ่มขึ้น 11.93%	เพิ่มขึ้น 3.17%
	Yagi-Uda	เพิ่มขึ้น 27.75%	เพิ่มขึ้น 15.83%

5.5 สรุป

ในบทนี้เป็นการแสดงผลที่ได้จากการจำลองแบบแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ที่ได้ทำการออกแบบและพัฒนา โดยการพิจารณาค่าของความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ เพื่อนำมาหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม และทำการวัดผลในสถานะแวดล้อมภายในอาคารและภายนอกอาคาร ซึ่งผลจากการจำลองแบบและการวัดผล แสดงให้เห็นว่า ในสถานะที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบเอกรูป การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบลดลง แต่สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบเพิ่มขึ้น แต่โดยต้องมีการตั้งทิศทางของลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ถูกต้องด้วย

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้ได้ดำเนินการศึกษาวิจัย และพัฒนาแบบจำลองช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต และทำการวัดผลแบบจำลอง โดยพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ ที่มีต่อความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยได้ทำการเลือกสายอากาศแบบมีทิศทางสองชนิดคือ สายอากาศไดโพลและขาคีอูคะห้วงค์ประกอบ เทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยการจำลองแบบด้วยวิธีมอนติ คาร์โล เพื่อคำนวณ ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้ของระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต ซึ่งความจุช่องสัญญาณที่พิจารณาจะเป็นตัวแปรสุ่ม โดยอาศัยการหาค่าส่วนเติมเต็มของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม สำหรับการพิจารณาเปรียบเทียบค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองแบบ จะพิจารณาจากความจุช่องสัญญาณที่จะให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 90% ซึ่งที่ระดับความน่าจะเป็นดังกล่าวจะบอกถึงความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดขึ้นเป็น 10% แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $C_{out,0.1}$ โดยผลที่ได้จากการวิจัย พบว่า ในสภาวะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณ ที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบเอกรูป ซึ่งจะเป็นลักษณะของการกระจายของสัญญาณในสภาวะแวดล้อมที่เป็นการใช้งานภายในอาคาร โดยการใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้รับมีค่าลดลง โดยสายอากาศแบบขาคีอูคะห้วงค์ประกอบ จะลดลงมากกว่าสายอากาศแบบไดโพล เมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก

สำหรับในกรณีที่การกระจายของสัญญาณที่เข้ามาที่สายอากาศ มีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน การใช้สายอากาศแบบมีทิศทางจะทำให้ค่าความจุของระบบเพิ่มขึ้น โดยต้องมีการตั้งทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศให้ตรงกันด้วย ซึ่งผลจากการจำลองแบบพบว่าค่าความจุช่องสัญญาณ $C_{out,0.1}$ สำหรับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก มีค่าเป็น 19.667 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศขาคีอูคะห้วงค์ประกอบให้ค่าเป็น 20.291 bps/Hz และ 22.784 bps/Hz ตามลำดับ โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 15.85 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศขาคีอูคะห้วงค์ประกอบ และเพิ่มขึ้น 3.17 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล อย่างไรก็ตาม เมื่อทำการปรับทิศทางลำคลื่นหลักของสายอากาศไป 60 องศา ทำให้ค่าความจุของสายอากาศแบบมีทิศทางจะมีค่าต่ำกว่าสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยสายอากาศแบบไอโซทรอปิกให้ค่าความจุช่องสัญญาณเป็น 19.695 bps/Hz ส่วนสายอากาศไดโพลและสายอากาศขาคีอูคะห้วงค์ประกอบให้ค่าเป็น 16.992 bps/Hz และ 16.431 bps/Hz ตามลำดับ

โดยค่า $C_{out,0.1}$ จะลดลงไปเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิกประมาณ 16.57 เปอร์เซ็นต์ สำหรับสายอากาศยาคิอุตะห้วงศ์ประกอบ และลดลง 13.52 เปอร์เซ็นต์สำหรับสายอากาศไดโพล

แต่อย่างไรก็ตาม ในสถานะแวดล้อมที่การกระจายของสัญญาณที่มาถึงสายอากาศด้านรับมีการแจกแจงแบบลาปลาเซียน ซึ่งจะเป็นการกระจายในสถานะแวดล้อมที่เป็นการใช้งานภายนอกอาคาร จะพบว่าการใช้สายอากาศแบบมีทิศทางนั้น จะทำให้ค่าความจุช่องสัญญาณที่ได้รับมีค่าเพิ่มขึ้น โดยสายอากาศแบบยาคิอุตะห้วงศ์ประกอบ เพิ่มขึ้นมากกว่าสายอากาศแบบไดโพล และมากกว่าเมื่อเทียบกับสายอากาศแบบไอโซทรอปิก โดยที่มีข้อแม้ว่า ทิศทางการจัดวางของสายอากาศจะต้องมีทิศทางที่ถูกต้อง นั่นคือ ต้องวางสายอากาศโดยให้ลำคลื่นหลักของสายอากาศอยู่ไปในทิศทางที่สายอากาศด้านส่งติดตั้งอยู่นั่นเอง ซึ่งจากผลการวิจัยดังกล่าว สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านการสื่อสารแบบไร้สาย เช่น การสื่อสารระบบเครือข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย และระบบเซลลูลาร์ เป็นต้น โดยสามารถใช้เป็นแนวทางในการเลือกใช้สายอากาศที่เหมาะสมสำหรับสถานะแวดล้อมที่แตกต่างกันไป

6.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

ในการศึกษาวิจัยในอนาคต ในหัวข้อแบบจำลองความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ สามารถพัฒนาต่อยอดไปได้ในหลายทิศทาง อาทิเช่น สามารถพัฒนาวิจัยในเรื่อง การทดสอบแบบจำลองที่ได้โดยใช้สายอากาศที่มีลักษณะเฉพาะแตกต่างออกไป รวมทั้งการวิจัยแบบจำลองที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของสายอากาศในด้านต่าง ๆ โดยพิจารณาร่วมกับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศที่ได้จากการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เป็นต้น

ในลำดับสุดท้ายนี้ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า วิธีการศึกษาวิจัยและพัฒนา รวมถึงการวิเคราะห์และผลการทดลองจากงานวิจัยฉบับนี้จะเป็นประโยชน์เพื่อที่จะใช้เป็นแนวทางที่ดีให้แก่ผู้สนใจศึกษา และค้นคว้าในเรื่องของแบบจำลองความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต โดยการพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในงานวิจัยนี้ และในแบบจำลองอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไป

รายการอ้างอิง

- ประสิทธิ์ ประพัฒน์มงคลการ. (2540). **หลักการระบบสื่อสาร**. บริษัทซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด(มหาชน).
- ดิษฐกร วุฒิสัททกุลกิจ. (2546). **หลักการไฟฟ้าสื่อสาร**. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- 3rd Generation Partnership Project (3GPP), (2007). Spatial channel model for multiple input multiple output (MIMO) simulations (3gpp tr 125.996 version 7.0.0 release 7). **ETSI, Technical Report**. [On-line]. Available: <http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/25996.htm>.
- Balanis, C. A. (1997). **Antenna Theory: Analysis and Design**. 2nd ed. John Wiley.
- Cover, T. M., and Thomas, J. A. (1991). **Element of Information Theory**. New York: Wiley-Interscience Publication.
- Foschini, G. J. (1996). Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. **Bell Labs Technical Journal**. 1(2): 41-59.
- Foschini, G. J., and Gans, M. J. (1998). On limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas **Wireless Personal Communication**. 6(3): 311-335.
- Gesbert, D., Shafi, M., Shiu, D.-S., Smith, P. J., and Nguib, A. (2003). From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems. **IEEE Journal Select Areas Communication**. 21(3): 281-302.
- Jensen, M. A., and Wallace, J. W. (2004). A review of antennas and propagation for MIMO wireless systems. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**. 52(11): 2810-2824.
- Khalighi, M. A., Brossier, J., Jourdain, G., and Raoof, K. (2001). Water filling capacity of Rayleigh MIMO channels. **Proceeding IEEE 12th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication**. 12(1): 155-158.
- Patzold, M., and Hogstad, B. O. (2004). A space-time channel simulator for MIMO channels based on the geometrical one-ring scattering model. **Vehicular Technology Conference**. 1: 144-149.

- Petrust, P., Reed, J. H., and Rappaport, T. S. (1996). Geometrically based statistical channel model for macro cellular mobile environments. **IEEE Global Telecommunications Conference**. 2: 1197-1210.
- Rappaport, T. S. (2002). **Wireless Communications: Principles and Practice**. 2nd ed. Prentice Hall.
- Shannon, C. (1948). A mathematical theory of communication. **Bell Labs Technical Journal**. 27 : 379-423, 623-656.
- Shiu, D.-S., Foschini, G. J., Gans, M. J., and Kahn, J. M. (2000). Fading correlation and its effect on the capacity of multi-element antenna systems. **IEEE Transactions on Communication**. 48: 502-513.
- Svantesson, T. (2002). Correlation and channel capacity of MIMO systems employing multimode antennas. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**. 51(6): 1304-1312.
- Svantesson, T., and Ranheim, A. (2001). Mutual coupling effects on the capacity of multiple antenna systems. **Proceeding IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**. 4: 2485-2488.
- Telatar, I. E. (1995). Capacity of multi-antenna gaussian channels. **European Transactions on Telecommunications**, 10(6): 585-595
- Wallace, J. W., and Jensen, M. A., (2004). Mutual coupling in MIMO wireless systems: A rigorous network theory analysis. **IEEE Transactions Wireless Communication**. 3(4): 1317-1325.
- Wyglinski, A. M., and Blostein, S. D. (2003). On uplink CDMA cell capacity: mutual coupling and scattering effects on beamforming, **IEEE Transactions on Vehicular Technology**. 52(2) : 289-304.

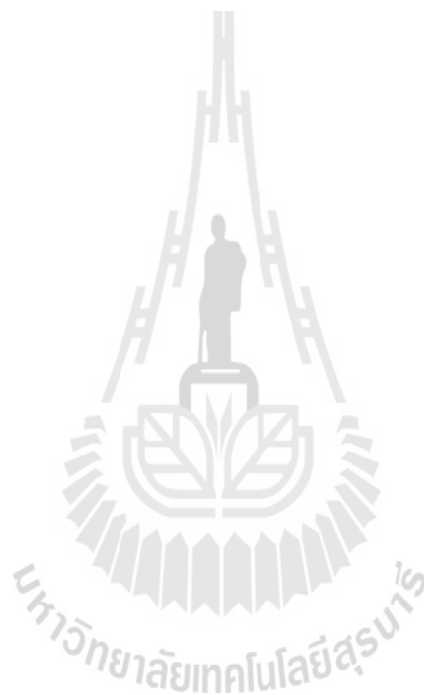
ภาคผนวก ก

บทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

รายชื่อบทความทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

Thongsopa C., Saeaiaw C. and Intarapanich A. (2009). **“The Effect of 3D Antenna Radiation Pattern on Narrowband MIMO Capacity Simulation and Measurement,”** 2009 International Symposium on Antennas and Propagation. : 540-543





2009 International Symposium on Antennas and Propagation **ISAP 2009** October 20-23, 2009

The Imperial Queen's Park Hotel, Bangkok, Thailand



Advisory Chairs

Monai Krairiksh, *KMITL*
Vech Vivek, *KMUTNB*

General Chair

Prayoot Akkaraekthalin, *KMUTNB*

Vice Chair

Tuptim Angkaew, *CU*

Technical Program Chair

Chuwong Phongcharoenpanich, *KMITL*

Information System Chairs

Sarawuth Chaimool, *KMUTNB*
Somsak Dattanasombat, *TOT*

Publication Chairs

Rangsarn Wongsan, *SUT*
Denchai Worasawate, *KU*

Publicity Chairs

Mitchai Chongcheawchamnan, *PSU*
Akkarat Boonpoonga, *MUT*

Local Arrangement Chairs

Phaophak Sirisuk, *MUT*
Rardchawadee Silapunt, *KMUTT*

Tutorial Chairs

Danai Torruengrueng, *AsianU*
Chokchai Sangdao, *MUT*

Special Session Chairs

Nuttawit Surittikul, *CAT*
Krittaya Chawanonphithak, *RUNR*

Sponsor & Exhibition Chairs

Chatrpol Lertsirimit, *AsianU*
Yutthaphoom Srisuk, *Navy Academy*

Finance Chairs

Bunlue Srisuchinwong, *SIIT*
Jaruek Jantree, *RMUTSB*

Registration Chairs

Pornanong Pongpaibool, *NECTEC*
Rujipan Sampanna, *BU*

General Secretaries

Titipong Lertwiriaprapa, *KMUTNB*
Phumin Kirawanich, *MU*

Contact Us:

Dr. Titipong Lertwiriaprapa,
ISAP 2009 General Secretary

E-mail: secretary@isap09.org

FINAL CALL FOR PAPERS

The 2009 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP 2009) will be held in Bangkok, Thailand, on October 20-23, 2009. This symposium will be organized and sponsored by the Electrical Engineering/ Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTIT) Association of Thailand in cooperation with King Mongkut's University of Technology North Bangkok (KMUTNB). The technical sponsors are IEICE, IEEE Antennas and Propagation Society, IEEE Geoscience and Remote Sensing Society, IEICE Bangkok Section, IEEE Thailand Section and IEEE MTT/AP/ED Thailand Chapter.

PAPER SUBMISSION: Contributed papers are solicited describing original work in the fields of antennas, propagation and related topics. Suggested topics are listed in this call. In addition to regularly scheduled sessions for oral and poster presentations, there will be special sessions and tutorials. Authors are invited to submit original and unpublished research papers. Submitted manuscript should not exceed 4 pages. The instructions on paper preparation and online paper submission are available at www.isap09.org

SUGGESTED TOPICS

A. Antennas and Related Topics: * Microstrip and Printed Antennas * Active and Integrated Antennas * Array Antennas, Phased Arrays and Feeding Circuits * Small Antennas * Adaptive and Smart Antennas * Multiband/Wideband Antennas * Slot Antennas * Millimeter Wave and Sub-Millimeter Wave Antennas * Reflector/Lens Antennas and Feeds * Optical Technology in Antennas * Mobile and Base Station Antennas * Antenna Measurements * Others

B. Propagation and Related Topics: * Mobile and Indoor Propagations * Mobile Channel Characterization and Modeling * Millimeter and Optical Wave Propagations * Earth-Space and Terrestrial Propagations * Radio Astronomy * Remote Sensing * SAR Polarimetry and Interferometry * Ionospheric Propagation * Others

C. Electromagnetic Wave Theory and Other Related Topics: * Complex/Artificial Media and Metamaterials * Computational Electromagnetics * Theoretical Electromagnetics and Analytical Methods * High-Frequency Techniques * Inverse Problems * Random Media and Rough Surfaces * Scattering and Diffraction * Waveguiding Structures * Periodic and Band-Gap Structures * Time Domain Techniques * Others

D. Systems and Other Related Topics: * Biological Effects and Medical Applications * High Power Microwave Applications * Advanced Materials for EM Applications * UWB and Impulse Radio * Ubiquitous Network Systems * Satellite Communication Systems * Radio Technologies for Intelligent Transport Systems * Subsurface Sensing * EMC/EMI Simulations & Measurements * MIMO Radio Channels & Mobile Radio Communication Systems * Others

Best Paper Awards

Papers presented at ISAP 2009 will be judged by the ISAP 2009 Award Committees, and the authors of selected papers will be awarded for the outstanding contributions in the banquet.

Student Paper Awards

Students are encouraged to submit their paper to the award by specifically applying during the paper submission. Only students can apply the Student Paper Awards as a first author of the paper, although co-authors may include non-student researchers. Students of selected papers will be awarded for the Student Paper Awards in the banquet.

IEICE Transactions on Communications announces that it will publish a special section entitled "Special Section on Advanced Technologies in Antennas and Propagation Conjunction with Main Topics of ISAP2009" in October 2010. The submission deadline is January 4, 2010. The instructions on paper preparation and submission are available at www.isap09.org

Important Dates:

Extended Paper Submission Deadline:	June 20, 2009
Extended Acceptance Notification:	July 25, 2009
Advanced Registration Deadline:	August 15, 2009



Thailand Section MTT/AP/ED Thailand Chapter

The Effect of 3D Antenna Radiation Pattern on Narrowband MIMO Capacity : Simulation and Measurement

[#]Chanchai Thongsopa¹, Charinsak Saetiauw¹, Apichart Intarapanich²

¹School of Telecommunication Engineering, Suranaree University of Technology

Nakhon Ratchasima THAILAND, chan@sut.ac.th

²National Electronic and Computers Technology Center

Phatuntani, THAILAND, apichart.intarapanich@nectec.or.th

1. Introduction

G. J. Foschini and M. J. Gan have been shown that the use of multiple antennas in both transmitter and receiver, called multiple input multiple output system (MIMO), linearly increases the channel capacity with the number of antennas [1]. The channel model in [2] is based on the angle of arrival (AOA). This model, however, does not allow including the radiation pattern into the capacity calculation. The effect of fading correlation without antenna pattern on the MIMO capacity has been studied in [3]. It has been shown that the capacity is reduced when the fading correlation exists [3]. In this paper, we generalize the channel model so that it is able to include 3-dimension (3D) antenna pattern effect on the capacity into consideration. Having the channel model, capacity measurements are performed for omni-direction and direction antennas.

The paper is organized as follows. In the next section, the proposed channel model with 3D antenna radiation pattern is discussed for both single and multiple antenna systems. Simulations of the MIMO capacity in various propagation environments are presented in section 3. Section 4 will show about field measurement and results by the MIMO test-bed. Finally, section 5 concludes the paper.

2. Proposed MIMO Model

In this section, a brief review of spatial correlation based on “one-ring” channel model is given. Then, the proposed model of the MIMO system with the effect of antenna pattern is discussed. We conclude this section with a technique for MIMO capacity calculation with effect of both spatial correlation and antenna pattern.

The “one-ring” channel model is used for fading correlation computation [3]. Let x and y be a transmitted and received signal respectively. The system model of a narrowband wireless system with single antenna at the both ends can be written as

$$y = hx + n \quad (1)$$

where h and n are the channel impulse response and additive noise respectively. The radiation pattern of the receive antenna will change the magnitude of the channel impulse response for each angle of arrival (AOA) as shown in Fig. 1.

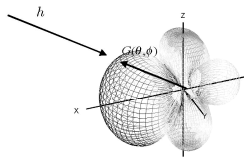


Figure 1: Schematic of the antenna pattern, incoming signal and received signal

The modified channel impulse response with the effect of the radiation pattern or antenna gain pattern for a narrowband wireless system can be then written as [4]

$$h_a = G(\theta, \phi)h \quad (2)$$

It can be seen that the modified channel impulse response consists of three random variables, i.e. θ , ϕ and h . The antenna gain pattern, $G(\theta, \phi)$, will transform the angle random variable, θ, ϕ , to a new random variable. Hence, the modified channel impulse response is a multiplication of two random variables. The narrowband MIMO capacity is a function of the channel matrix will given by [4]

$$C = \log \det \left(I_{n_r} + \frac{P}{\sigma_n^2} \mathbf{H}_a \mathbf{H}_a^T \right) \quad (3)$$

where P is the signal power and σ_n^2 is the noise power. To calculate the capacity with effect of antenna pattern, random matrices are generated by using realization of the channel matrix is obtained as in [4] where the AOA for each receive antenna is randomly generated.

3. 3D Radiation Pattern Simulations

The MIMO capacity in (3) is evaluated using Monte Carlo simulations. We generate 10,000 instances of channel and collect the statistics of MIMO channel capacity. In the simulations, we use 4 transmit and 4 receive antennas at the both ends. The signal to noise ratio (P/n) is 20 dB. The AOAs are generated using Laplacian distribution [1]. In all simulations, the antenna is pointed into the direction of the main lobe of antenna. Three types of antenna are used in the simulations. An isotropic antenna is used for simulating a reference scenario. A horizontal polarized dipole and a 5-element Yagi-Uda are used to investigate the effect of antenna radiation pattern to the channel capacity.

In this simulation, the 3D radiation patterns of all antennas are normalized, by average antenna radiation or antenna gain of all direction with normalize factor Z_x :

$$Z_x = \frac{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |G(\theta, \phi)_{\text{Directional}}| d\theta d\phi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |G(\theta, \phi)_{\text{Isotropic}}| d\theta d\phi} \quad (4)$$

Then, the normalize radiation pattern or gain for each angle will be

$$G(\theta, \phi)_{\text{normalize}} = \frac{G(\theta, \phi)_{\text{Directional}}}{Z_x} \quad (5)$$

The 3-dimensional radiation patterns of dipole and Yagi-Uda antennas are obtained from SuperNEC version 2.9. The 3D radiation pattern in linear scale and polar scale used in the simulations, for dipole and Yagi-Uda antennas. To compare the performance of each antenna type, we vary the angle spread values and observe the outage capacity. The channel capacity at a given outage probability q , denoted by C_q . For example, The 10% outage channel capacities will be writhen as $C_{0.1}$.

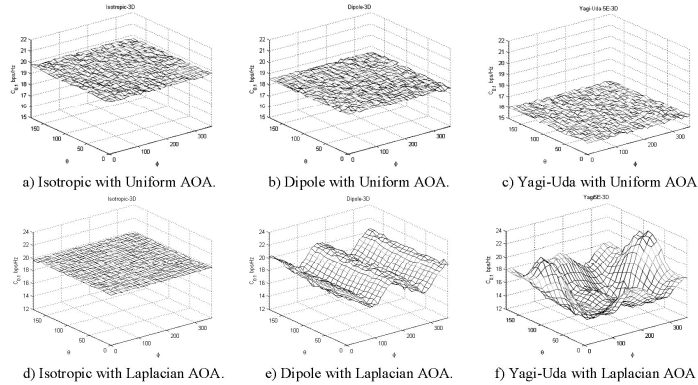


Figure 2. CCDF of capacity for Uniform distributed AOA and Laplacian distributed AOA in 3D

In the simulations, the antenna is pointed into a 3-dimension with $0 \leq \theta_h \leq \pi$ and $0 \leq \phi_h \leq \pi$ in azimuth plane and elevation plane. Capacities of 10% outage with uniform distribution for Isotropic antenna, Dipole, and Yagi-Uda 5-element are shown in Fig.2a, 2b and 2c respectively. For Laplacian AOA distribution, 10% outage capacities are shown Fig.2d, Fig.2e and Fig.2f for Isotropic antenna, Dipole and Yagi-Uda 5-element respectively. For uniform distribution case, the average $C_{0.1}$ of the isotropic antenna is about 19.7 bps/Hz for all directions. The outage capacity for dipole antenna reduces from the ideal case by about 1.2 bps/Hz while Yagi-Uda antenna case, $C_{0.1}$ is about 3.7 bps/Hz less than the ideal case.

In Laplacian distribution case, the power spectrum is concentrated in the mean AOA and it can be observed that there is a relationship between mean AOA and capacity. The capacity of direction antenna is greater than the isotropic case when the direction antenna is in the direction of mean AOA. If the antenna is in a wrong direction, the capacity will be less than the isotropic case. Hence, to gain the maximum capacity for the directional antenna, the antenna has to point into a proper direction. Otherwise, the advantage of using direction antenna will vanish due to signal attenuation by the antenna. The average capacity for all directions is less than the isotropic capacity, however. For example, the outage capacity of the isotropic case for uniform AOA is 19.69 bps/Hz which is higher than 18.50 bps/Hz and 16.11 bps/Hz for the dipole and Yagi-Uda antennas.

4. Capacity Measurements

In this section, the capacity of a directional antenna is measured for 2x2 MIMO system. A dipole antenna is used in the experiment for comparison with 5-element Yagi-Uda antenna. The 2-element dipole array is used in the experiment as a transmit array. At the receiver, either 2-element dipole or 2-element Yagi-Uda array is used. The measurement campaign is performed by using the SUT QPSK test-bed with 70 MHz IF signal which is modulated at 2.33 GHz. The transmitted signal from each antenna is captured at each receive antenna by using a switch. The channel's coherence bandwidth at this frequency is less than 16 MHz for typical indoor and outdoor environments. To ensure far-field radiation, the transmitter and receiver are at least three meters apart. A complete calibration of each radio's gain, phase noise and frequency offset was performed prior to field measurements. The block diagram of the capacity measurement system is shown in Fig. 3. Probing signal is loaded into the QPSK signal generator. The received IF signals are digitized and stored in the digital oscilloscope. The field measurements were performed in a laboratory with electronic equipment and office furniture and at a car parking yard that has a very large empty ground with a few electrical power line for an indoor and outdoor environment respectively.

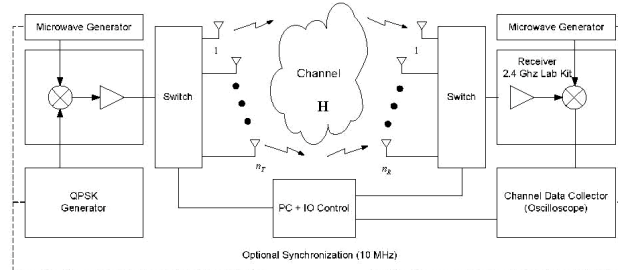


Figure 3. Diagram of narrowband MIMO channel measurement system.

A comprehensive set of results is presented for indoor and outdoor measurement locations. A fair comparison of MIMO array performance is made between the Yagi-Uda arrays and the reference dipole arrays with an isotropic from simulation result as show in figure 4a and figure 4b for indoor scenarios and outdoor scenarios respectively. It is observed in Fig. 4 that the directional antenna in

indoor environment doesn't improve MIMO capacity whereas directional antenna improves MIMO capacity in outdoor environment.

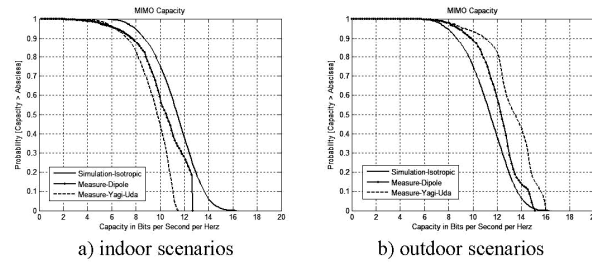


Figure 4. Field measurement Yagi-Uda for indoor scenarios and outdoor scenarios with $\Delta d = 4\lambda$.

5. Conclusion

We have proposed the channel model with including 3-D radiation effect for MIMO capacity calculation. We have shown that the directional antennas can improve the MIMO capacity in outdoor scenarios when the directional antenna is in a proper direction. Capacity improvement can be achieved when the statistic of AOA has peaky characteristic. We have shown that directional antennas are not attractive for MIMO systems in a scenario where the randomness of AOA is high such as uniformly distributed AOA. In a scenario where AOA is concentrated on a single direction, the antenna position is crucial to the capacity. If the antenna is point into the mean AOA, then the capacity is increased. However, when the main antenna beam is off from the mean AOA, the capacity does not improve. The results from measurement verify that the AOA and antenna radiation pattern play an importance role in narrowband MIMO capacity. AOA is controlled by the propagation environment whereas the antenna radiation pattern depends on the antenna design. Hence, the antenna has to be design to match specific propagation environment so that the MIMO capacity is improved.

Acknowledgments

This work was supported by the Research Department Institute of Engineering University of Technology Thailand.

References

- [1] I. E. Telatar, *Capacity of multi-antenna Gaussian channels* AT&T Bell Labs, 1995, Tech. Rep.
- [2] G. J. Foschini and M. J. Gan, "On limits of wireless communications in fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, no. 3, pp. 311-335, March 1998.
- [3] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, pp. 502-513, 2000.
- [4] C. Saetiauw, A. Intarapanich, C. Thongsopa, "Relations Between 3-Dimensions Antenna Pattern and Narrowband MIMO Capacity", *Microwave Conference, 2007. APMC 2007. Asia-Pacific* pp. 1-4, 2007

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานชัย ทองโสภณ

วันเดือนปีเกิด : 6 มีนาคม 2509 (สุพรรณบุรี)

เลขหมายบัตรประจำตัวประชาชน 3 7208 00098 92 5

รหัสประจำตัวนักวิจัยแห่งชาติ : 00040671

ตำแหน่งปัจจุบัน : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

หน่วยงานที่อยู่ที่ติดต่อได้พร้อมโทรศัพท์ โทรสาร และE-mail :

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

111 ถ.มหาวิทยาลัย ต.สุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000

โทรศัพท์: 0-4422-4397

โทรสาร: 0-4422-4392

E-mail: chan@sut.ac.th

ที่อยู่ : 454/168 ม.ชนขอบ-ชั้นรัช ถ.รามอินทรา-วัชรพล แขวงคลองถนน
เขตสายไหม กรุงเทพมหานคร 10220
โทร. 08-1837-8185, 0-2994-2095

ประวัติการศึกษา 2545 วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยี
พระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง

2539 วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า-สื่อสาร
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2535 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ (เกียรตินิยม
อันดับ 1) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบประกอบวิชาชีพวิศวกรรมไฟฟ้าแขนงไฟฟ้าสื่อสาร, ภพส. 5514

ความชำนาญเฉพาะด้าน

- 1) การออกแบบวงจรความถี่สูง
- 2) ระบบสายอากาศ และสายอากาศแบบแอคทีฟ (Active antenna)
- 3) การให้ความร้อนด้วยคลื่นความถี่สูง (Microwave Hypothermia)

รางวัลเกียรติคุณ

- 2533: โล่เกียรติคุณ จากกรมสื่อสารทหารอากาศในฐานะบุคคลดีเด่น
- 2534: โล่เกียรติคุณ จากกองทัพอากาศในฐานะบุคคลดีเด่น
- 2540: รางวัลวิทยานิพนธ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- 2546: รางวัลศิษย์เก่าดีเด่น โรงเรียนช่างฝีมือทหาร
- 2551: โล่เกียรติคุณ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีในฐานะบุคคลดีเด่น

สิทธิบัตร

1. การหลอมขึ้นรูปผลิตภัณฑ์โดยใช้วัตถุดิบรีไซเคิลจากขยะชุมชนโดยขบวนการคลื่นแม่เหล็กและการบีบอัด เลขที่คำขอ 0501000290
2. สายอากาศแพตช์แนวตั้งคู่ที่มีสตริปเชื่อมอยู่ตรงกลาง เลขที่คำขอ 0701001929
3. เครื่องเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อนสำหรับอุตสาหกรรมครัวเรือน เลขที่คำขอ 0901003816
4. เครื่องไล่ค้างคาวด้วยคลื่นเสียงความถี่สูง เลขที่คำขอ 0901003815
5. เครื่องกำจัดดักน้ำยางโดยไม่ทำลายสิ่งแวดล้อม เลขที่คำขอ 1001000444

ประสบการณ์ทำงานและผลงานวิจัย

- พ.ศ. 2535-2540 ตำแหน่งนักวิจัยบริษัทวิทยุการบินแห่งประเทศไทย จำกัด โดยมีผลงานดังต่อไปนี้
- การออกแบบระบบสื่อสาร หอบังคับการบินกับนักบิน
 - การออกแบบวิทยุรับ-ส่ง VHF, UHF (AM) 25 วัตต์ (ระบบเปิดตลอด 24 ชั่วโมง)
 - การออกแบบระบบวิทยุคลื่นสั้น HF (AM) 1kW (ระบบเปิดตลอด 24 ชั่วโมง)
- พ.ศ. 2540-2543 ตำแหน่งนักวิจัย สังกัดหน่วยปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีโทรคมนาคม ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTE)
- เป็นที่ปรึกษาองค์การโทรศัพท์แห่งประเทศไทยในโครงการ SDH
 - ผลงานการออกแบบวงจรทางด้านความถี่สูง
- ปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บทความวิชาการทั้งในประเทศและต่างประเทศ

- 1) M.Krairiksh, **C.Thongsopa** and A.Mearnchu, "A Steerable Active Applicator," Proceedings of the 1998 Asia-Pacific Microwave Conference, Yokohama, vol. 2, pp.861-864, Dec. 1998.
- 2) M.Krairiksh, **C.Thongsopa** and C.Phongcharoenpanich, "A Steerable Active Spherical Slot Array Antenna," Proceedings of the 1999 Progress in Electromagnetics Research Symposium, Taipei, vol. 1, p.483, Mar. 1999.
- 3) M.Krairiksh, **C.Thongsopa**, D.Srimoon and A.Mearnchu, "Analysis of Steerable Active Slot Array Applicator," Proceedings of the 1999 Asia-Pacific Microwave Conference, Singapore, vol. 2, pp.489-492, Dec. 1999.
- 4) M.Krairiksh, **C.Thongsopa**, C.Phongcharoenpanich, E.Khoomwong and C.Leekpai, "A Steerable Spherical Slot Array Antenna," Journal Science Asia, vol. 25, no.4, pp.231-236,
- 5) **C.Thongsopa**, M.Krairiksh, N.Srirattana and A.Intarapanich, "A Single Patch Beam Steering Antenna," Proceedings of the 2000 Asia-Pacific Microwave Conference, Sydney, pp. 1510-1513, Dec. 2000.
- 6) **C.Thongsopa**, M.Krairiksh and A.Mearnchu, " Analysis and Design of a Steerable Active Array Applicator," The First National Meeting on Biomedical Engineering, Bangkok Thailand, Sep. 2001
- 7) **C.Thongsopa**, M.Krairiksh, A.Mearnchu and D.Srimoon, "Analysis and Design of Injection Locking Steerable Active Array Applicator," IEICE Trans. Communications, vol.E 85-B, no 10, pp. 2327-2337, Oct. 2002.
- 8) **C.Thongsopa**, C. Jumniensri, and J.Wongmethanukro, "Beam Steering Using Single Patch Active Antenna," Proceedings of the 26th Electrical Engineering Conference, Thailand, pp.1796-1800, Nov. 2003.
- 9) **C. Thongsopa**, P. Jarataku, and P. Sukpong, "Wide Band U-Shaped cross section Antenna with a strip on a U-Shaped ground plane," IEEE Transactions on Magnetics, Beijing, China, pp.458-461, Apr. 2005.
- 10) P. Sukpong, **C. Thongsopa**, and P. Jarataku, "Injection-Locked Active Antenna Using a Dual Gate MESFET," The 4th PSU-Engineering Conference (PEC4), Songkhla, Thailand, pp. 50-54, December 8-9, 2005.

- 11) C. Thongsopa, A. Intarapanich, and C. Saetiaw, "Amplitude Modulation Using Injection Locking Oscillator Under Strong Envelop Variation Injection," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Tokyo, Japan, August 2006.
- 12) **C. Thongsopa**, "Array of A U-Shaped Element on A U-Shaped Ground Plane Wideband Antenna", 2006 Asia-Pacific Conference on Communication, Bussan, Republic of Korea, 31 August-1 September 2006, 5D-145.
- 13) P. Jarataku, and **C. Thongsopa**, "2.45 GHz Bi- Directional Amplifier for Wireless LAN," The 5th PSU-Engineering Conference (PEC5), Phuket, Thailand, pp.197-201, May 10-11. 2007.
- 14) **C. Thongsopa**, D.Srimoon, and P. Jarataku, "A U-Shaped Cross Sectional Antenna on a U-Shaped Ground Plane with an offset Parabolic Reflector for WLAN," *IEEE AP-S International Symposium 2007*, Honolulu, Hawaii. USA, pp 5159-5162, Jun 10-15, 2007.
- 15) C. Saetiaw, A. Intarapanich, and **C. Thongsopa**, "Effect of Spatial Correlation with Directional Antenna on MIMO capacity," 2007 International Symposium on Antenna and Propagation, Niigata, Japan, pp 1334-1337, August 20-24, 2007.
- 16) A. Intarapanich, **C. Thongsopa**, and C. Saetiaw, "Effect of Antenna Patterns on Narrowband MIMO capacity," *IEEE 2007 International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies For Wireless Communications*, Hangzhou, China, pp 160-163, August 14-16, 2007.
- 17) **C. Thongsopa**, and A. Intarapanich, "Double injection Locking Active Antenna," *European Conference on Antennas and Propagation, (Eucap 2007)* Edinburgh, UK, pp aa-bb, November 11-16, 2007.
- 18) P. Thosdee, and **C. Thongsopa**, "Quasi-Rhomboid Antenna for Ultra Wideband Wireless Communication System," *Proceedings of the 30th Electrical Engineering Conference*, Kanchanaburi, Thailand, pp. aa-bb, October 25-26. 2007.
- 19) C. Saetiaw, A. Intarapanich, and **C. Thongsopa**, "Relations between 3-Dimensions Antenna Pattern and Narrowband MIMO Capacity," *Proceedings of the 2007 Asia-Pacific Microwave Conference*, Bangkok, Thailand, pp. aa-bb, December 11-14, 2007.
- 20) Maungrat, M., **Thongsopa, C.**, and Jarataku, P., "Measurement of UHF Radio Wave Propagation in Parking," *The 7th PSU-Engineering Conference (PEC7)*, Songkhla, Thailand, pp. 97-100, May. 21-22, 2009.

- 21) Tangwachirapan, S., **Thongsopa, C.**, “Numerical Simulation of Magnetic Fields Shield for Breast Cancer Hyperthermia,” *The 7th PSU-Engineering Conference (PEC7)*, Songkhla, Thailand, pp. 102-105, May. 21-22, 2009.
- 22) Patummakasorn, C., and **Thongsopa, C.**, “Analysis and Design of Applicator System for Regional Induction Heating 2.45 GHz,” *WSEAS Transactions on Communications*, Issue 9, Volume 8, September 2009.
- 23) **Thongsopa, C.**, and Thosdee, P., “Array of Quasi Rhomboid Shaped Element Bowtie Antenna with Reflector for Ultra Wideband Applications,” *in proc. The 2009 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP 2009)*, Thailand, October 20-23, 2009.
- 24) **Thongsopa, C.**, and Saetiaw, C., “The Effect of 3D Antenna Radiation Pattern on Narrowband MIMO Capacity: Simulation and Measurement,” *in proc. The 2009 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP 2009)*, Bangkok, Thailand, October 20-23, 2009.
- 25) Patummakasorn, C., and **Thongsopa, C.**, “Simulations and Experiment of Applicator System for Regional Induction Heating 2.45 GHz,” *WSEAS Conferences AIC '09, ISCGAV '09, ISTASC '09, HTE '09, FMA '09, BEBI'09* Moscow, Russia, August 20-22, 2009.
- 26) **Thongsopa, C.**, Intarapanich, A. and Maungrat, M., “Temporal Measurement of UHF Radio Wave in Presence of Vehicles” *in proc. 2009 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC'09)* Kyoto, Japan, July 20-24, 2009.
- 27) **Thongsopa, C.**, Intarapanich, A. and Tangwachirapan, S., “Shielding system for breast hyperthermia inductive heating” *in proc. The XIVth International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics Electrical and Electronic Engineering, (ISEF'09)* Arras, France, Sep 10-12, 2009.
- 28) **Thongsopa, C.**, and Thosdee, P., “Development of Monocycle pulse Generator Circuit for Ultra Wideband Applications,” *in proc. 32nd Electrical Engineering Conference (EECON-32)*, Tawaravadee Resort Hotel, Prachinburi, Thailand, October 20-23, 2009.

- 29) Maungrat, M., and **Thongsopa, C.**, “Measurement of ASK and FSK Wave Propagation in Parking,” *in proc. 32nd Electrical Engineering Conference (EECON-32)*, Tawaravadee Resort Hotel, Prachinburi, Thailand, October 20-23, 2009.
- 30) Tangwachirapan, S., **Thongsopa, C.**, “Study Magnetic Fields Shield for Lossy Mediums Inductive Hyperthermia Heating,” *in proc. 32nd Electrical Engineering Conference (EECON-32)*, Tawaravadee Resort Hotel, Prachinburi, Thailand, October 20-23, 2009.
(The Best Paper Award in Biomedical Engineering).
- 31) Santalunai, S., and **Thongsopa, C.**, “High Power Amplifier Design for RF Induction Heating” *in proc. 32nd Electrical Engineering Conference (EECON-32)*, Tawaravadee Resort Hotel, Prachinburi, Thailand, October 20-23, 2009.
- 32) Yaemsuan, P., and **Thongsopa, C.**, “Design and Construction of Induction Heating Boiler Machine with Full-Bridge Inverter” *in proc. 32nd Electrical Engineering Conference (EECON-32)*, Tawaravadee Resort Hotel, Prachinburi, Thailand, October 20-23, 2009.
- 33) Saetiauw, C., **Thongsopa, C.**, Intarapanich, A. and Chinanupakorn, M., "Effect of Directional Antennas to Narrowband MIMO Capacity", 2010 International Workshop on Information Communication Technology (ICT 2010), August 24 - 25, 2010
KMITL, Bangkok, Thailand.